秘密★启用前

重庆市第八中学2022届高考适应性月考卷（一）

数　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合 $A=\{1,3,6\}$，$B=\{3,4,5\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$

A. $\{3\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{5,6\}$　　D. $\{1,6\}$

2. 已知命题 p：$\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin x>\cos x$，则命题 $\neg p$ 为

A. $\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin x\leqslant\cos x$　　B. $\exists x_0\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin x_0\leqslant\cos x_0$

C. $\forall x\notin\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin x>\cos x$　　D. $\exists x_0\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\sin x_0>\cos x_0$

3. 若 $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=-\dfrac{1}{2}$，则 $\tan2\alpha=$

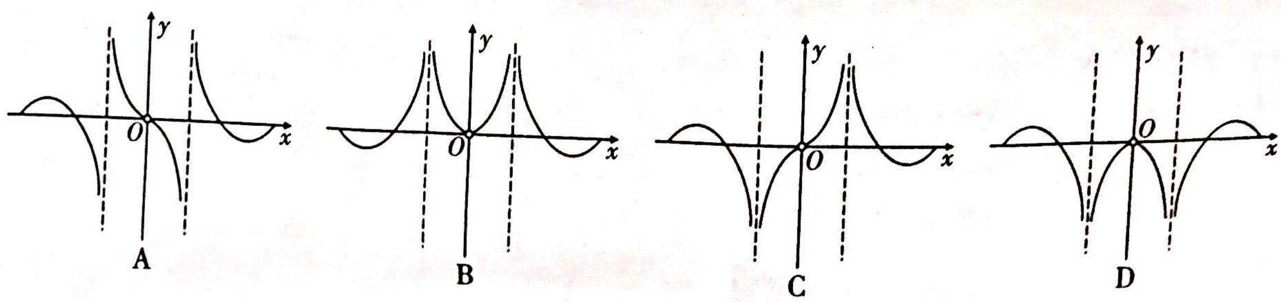
A. $-\dfrac{3}{4}$　　B. $-\dfrac{4}{3}$

C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

4. 天文学中为了衡量星星的明暗程度，古希腊天文学家喜帕恰斯（Hipparchus，又名依巴谷）在公元前二世纪首先提出了星等这个概念. 星等的数值越小，星星就越亮；星等的数值越大它的光就越暗. 到了1850年，由于光度计在天体光度测量中的应用，英国天文学家普森（M. R. Pogson）又提出了衡量天体明暗程度的亮度的概念，天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_1-m_2=2.5(\lg E_2-\lg E_1)$，其中星等为 m_k 的星的亮度为 $E_k(k=1,2)$，已知"牛郎星"的星等是0.75，"心宿二"的星等是1.00，"牛郎星"的亮度是"心宿二"的 r 倍，则与 r 最接近的是（当 $|x|$ 较小时，$10^x\approx1+2.3x+2.7x^2$）

A. 1.24　　B. 1.25　　C. 1.26　　D. 1.27

5. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin3x}{\ln|x|}$ 的图象大致是 C



6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x+2)$，且 $x\in(-1,0)$ 时，$f(x)=2^x$，则 $f(\log_2 18)=$

A. -1　　B. $-\frac{8}{9}$　　C. 1　　D. $\frac{8}{9}$

7. 在东京奥运会乒乓球男单颁奖礼上，五星红旗冉冉升起，在坡度 15°的看台上，同一列上的第一排和最后一排测得旗杆顶部的仰角分别为 60°和 30°，第一排和最后一排的距离为 $9\sqrt{6}$ 米，则旗杆的高度为

A. 9 米

B. 27 米

C. $9\sqrt{3}$ 米

D. $9\sqrt{6}$ 米

8. 若不等式 $\ln(x+1)-a(x+1)>x-ae^x$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty,1]$　　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,0]$　　D. $[0,1]$

二、选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）

9. 已知函数 $f(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，以下对该函数的说法正确的是

A. 最小正周期为 π　　B. 在 $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增

C. $x=-\frac{\pi}{6}$ 为一条对称轴　　D. 点 $\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$ 为一个对称中心

10. 若函数 $f(x)$ 在 D 上可导，即 $f'(x)$ 存在，且导函数 $f'(x)$ 在 D 上也可导，则称 $f(x)$ 在 D 上存在二阶导函数，记 $f''(x)=(f'(x))'$，若 $f''(x)<0$ 在 D 上恒成立，则称函数 $f(x)$ 在 D 上为凸函数．以下四个函数在 $\left(0,\frac{3\pi}{4}\right)$ 是凸函数的是

A. $f(x)=-x^3+3x+4$　　B. $f(x)=\ln x+2x$

C. $f(x)=\sin x+\cos x$　　D. $f(x)=xe^x$

11. 已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，下列说法中正确的是

A. 若 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线且反向

B. 若 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

C. 若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}-\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$

D. 若 $|\vec{a}|=|\vec{a}+\vec{b}|=1$，则 $|\vec{b}|$ 的最大值为 2

12. 已知函数 $f(x)=x\ln x+ax^2$，$xg(x)+2ax=f'(x)$，则下列命题正确的是

A. 函数 $h(x)=f(x)-ax^2$，当 $x=\frac{1}{e}$ 时，$h(x)$ 有最小值 $-\frac{1}{e}$

B. 函数 $h(x)=f(x)-ax^2$ 在区间 $\left(0,\frac{1}{e^2}\right)$ 上单调递减

C. 若函数 $G(x)=f(x)-2ax^2$ 有两个极值点，则实数 $a\in(0,1)$

D. 若不等式 $g(x)\leqslant\frac{e^x-kx}{x}$，对于任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则 k 的最大值为 $e-1$

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填写在答题卡相应位置上）

13. 已知$\vec{a}=(m,2)$，$\vec{b}=(1,m+1)$，则“$m=-2$”是“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”的__________条件．

14. 已知函数$y=f(x)$的图象在点$M(1,f(1))$处的切线方程是$y=3x-1$，则$f(1)+f'(1)=$__________．

15. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,-\pi<\varphi<\pi)$的部分图象如图2所示，则$f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=$__________．

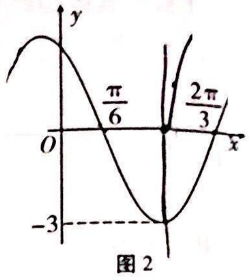


图2

16. 定义非零向量之间的一种运算“⊕”，记$\vec{a}\oplus\vec{b}=\vec{a}\cos\theta+\vec{b}\sin\theta$（其中$\theta$是非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角），若$\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$均为单位向量，且$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}=\frac{3}{5}$，则向量$\overrightarrow{e_1}\oplus\overrightarrow{e_2}$与$\overrightarrow{e_2}\oplus(-\overrightarrow{e_1})$的夹角的余弦值为__________．

四、解答题（共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_2+a_9=29$，$S_4=a_8$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式a_n；

（2）记$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n．

18.（本小题满分12分）

$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$c\cos B+\frac{\sqrt{3}}{3}b\sin C-a=0$．

（1）求角C的大小；

（2）设D为AB边的中点，若$CD=\sqrt{7}$且$b=2$，求a的值．

19.（本小题满分12分）

消费者物价指数（CPI）是反映与居民生活有关的消费品及服务价格水平的变动情况的重要宏观经济指标．CPI涵盖全国城乡居民生活消费的食品、烟酒及用品、衣着、家庭设备用品及维修服务、医疗保健和个人用品、交通和通信、娱乐教育文化用品及服务、居住等八大类的商品与服务价格．CPI增幅的计算方法是：（一组固定商品按今年价格计算的价值除以一组固定商品按去年价格计算的价值再减去1）×100%．当CPI增幅大于3%时称为通货膨胀．我国1981年到2020年（40年）通货膨胀的年数为12年．图3是CPI增幅的频率分布直方图．

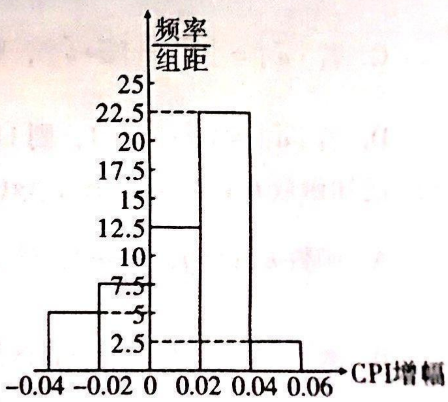


图3

（1）试根据频率分布直方图估计我国1981年到2020年间发生通货膨胀的年数，并解释估计值与实际值不一样的原因；

（2）某研究员为了研究我国1981年到2020年居住的价值增幅大于10%是否是造成通货膨胀的显著因素，绘制了如下列联表：

居住的价值 X	通货膨胀 Y		合计
	发生	不发生	
增幅大于10%	a	b	$a+b$
增幅不大于10%	c	d	$c+d$
合计	$a+c$	$b+d$	40

已知 $a=10$，$d=18$，判断是否有99%的把握认为居住的价值增幅大于10%与发生通货膨胀有关？

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

20.（本小题满分12分）

如图4，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD=AA_1=1$，$AB=2$，点 E 在棱 AB 上移动.

（1）证明：$D_1E\perp A_1D$；

（2）当 $D_1E\perp AC$ 时，求二面角 $A-D_1E-C$ 的正弦值.

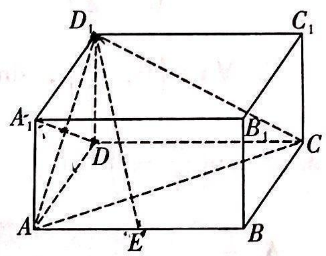


图4

21.（本小题满分12分）

与椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0,\ c>0$ 且 $a^2=b^2+c^2)$ 相关的两条直线 $x=\pm\dfrac{a^2}{c}$ 称为椭圆 C 的准线，拥有丰富的几何性质. 已知直线 l 是位于椭圆 C 右侧的一条准线，椭圆上的点到 l 的距离的最大值为6，最小值为2.

（1）求椭圆 C 的标准方程及直线 l 的方程；

（2）设椭圆 C 的左、右两个顶点分别为 A_1，A_2，T 为直线 l 上的动点，且 T 不在 x 轴上，TA_1 与 C 的另一个交点为 M，TA_2 与 C 的另一个交点为 N，F 为椭圆 C 的左焦点，求证：$\triangle FMN$ 的周长为定值.

22.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=axe^{-x}-(x-e)+\ln x$.

（1）当 $a\geqslant -e$ 时，求 $f(x)$ 的极值；

（2）若 $f(x)\leqslant 0$，求 a 的取值范围.