

驻马店市 2020~2021 学年度第二学期期终考试

高二(理科)数学试题

本试题卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。考生作答时,将答案答在答题卡上,在本试题卷上答题无效。

注意事项:

1.答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写(涂)在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2.第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。第 II 卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答,在试题上作答,答案无效。

3.考试结束,监考教师将答题卡收回。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知 i 为虚数单位,复数 $z(2-i)$ 在复平面内对应的点为 $(3,1)$,则复数 $z =$

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. $\frac{5}{3} - \frac{5}{3}i$ D. $\frac{5}{3} + \frac{5}{3}i$

2.命题“ $\exists a, b \in \mathbf{R}$, 使 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ”的否定是

- A. $\exists a, b \in \mathbf{R}$, 使 $a+b < 2\sqrt{ab}$ B. $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a+b \leq 2\sqrt{ab}$
C. $\exists a, b \in \mathbf{R}$, 使 $a+b \leq 2\sqrt{ab}$ D. $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $a+b < 2\sqrt{ab}$

3.若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a^2 + b^2 = 4$ ”是“ $a = b = \sqrt{2}$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4.已知变量 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y \leq 4 \\ y-x \geq -1 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $(x-2)^2 + (y+1)^2$ 的取值范围是

- A. $[\sqrt{2}, 4\sqrt{2}]$ B. $[2, 4\sqrt{2}]$ C. $[2, 32]$ D. $[4, 32]$

5.函数 $f(x) = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ 在 $x=0$ 处的切线方程是

- A. $x-y+1=0$ B. $x+y+1=0$ C. $2x-y+1=0$ D. $2x+y+1=0$

6.若曲线 $y=x^2+2$ 与直线 $y=0, x=-1, x=2$ 所围成的平面图形的面积为 m , 则二项式

$(\sqrt{x} - \frac{1}{x})^m$ 展开后常数项是

- A. 84 B. -84 C. 28 D. -28

7.在对人们休闲方式的一次调查中,根据数据建立如下的 2×2 列联表:

性别 \ 休闲	看电视或玩手机	运动或旅游
男	10	22
女	16	12

为了判断休闲方式是否与性别有关,根据表中数据得到 K^2 的观测值 k

高二数学(理科) 第 1 页 (共 4 页)

$\frac{60(10 \times 12 - 22 \times 16)^2}{32 \times 28 \times 26 \times 34} \approx 4.077$. 因为 $3.841 \leq K^2 \leq 6.635$, 所以判定休闲方式与性别有

关系, 那么这种判断[参考数据: $P(K^2 \geq 3.841) \approx 0.05, P(K^2 \geq 6.635) \approx 0.01$]

- A. 出错的可能性至多为 5% B. 出错的可能性至多为 1%
C. 出错的可能性至少为 5% D. 出错的可能性至少为 1%

8. 我国南宋著名数学家秦九韶提出了由三角形三边求三角形面积的“三斜求积”, 设 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 面积为 S , 则“三斜求积”公式为

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$$

若 $a^2 \sin C = 2 \sin A, (a+c)^2 = 6 + b^2$, 则用“三斜求积”

公式求得 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知 $0 < a < \frac{1}{2}$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{1-2a}$ 的最小值是

- A. 6 B. 4 C. $3 + 2\sqrt{2}$ D. $3 + 4\sqrt{2}$

10. 某批零件的尺寸 x 服从正态分布 $N(10, \sigma^2)$ 且满足 $P(x < 9) = \frac{1}{4}$, 零件的尺寸与 10 的误差不超过 1 即合格, 从这批产品中抽取 n 件, 若保证抽取的合格零件至少有 1 件的概率不低于 0.9, 则 n 的最小值为

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

11. 2021 年 1 月 18 日, 国家航天局探月与航天工程中心组织完成了我国首辆火星车全球征名活动的初次评审. 初评环节遴选出弘毅、麒麟、哪吒、赤兔、祝融、求索、风火轮、追梦、天行、星火共 10 个名称, 作为我国首辆火星车的命名范围. 某同学为了研究这些初选名字的内涵, 计划从中随机选取 3 个依次进行分析, 若该同学同时选中麒麟、哪吒, 则麒麟和哪吒连续被分析, 否则随机依次分析, 则所有不同的分析情况有

- A. 704 种 B. 536 种 C. 520 种 D. 352 种

12. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 经过点 F 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线与抛物线交于 A, B 两点(点 A 在第一象限), 与抛物线的准线交于点 D , 若 $|AF| = 2$, 则下列说法正确的是

- ① $p = 1$ ② B 为 DF 中点 ③ F 为 AD 中点 ④ $|BF| = \frac{4}{3}$
A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, n \in \mathbb{N}, a_1 = \frac{1}{2}$, 且 $a_{n+1} = \frac{2}{2-a_n}$, 则 $a_{2022} =$ _____.

14. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a = 4, \cos C = -\frac{1}{4}, 3\sin A = 2\sin B$, 则 $c =$ _____.

15. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_1 且倾斜角为 60°

的直线 l 与 C 的左、右两支分别交于 A, B 两点. 若 $BF_2 \perp F_1F_2$, 则双曲线 C 的离心率为

16. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$, 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 < 0$, 则实数 a 的取值范围是

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2S_n = n^2 + n$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1} = 2b_n$, 且 $b_1 = 2, n \in \mathbb{N}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

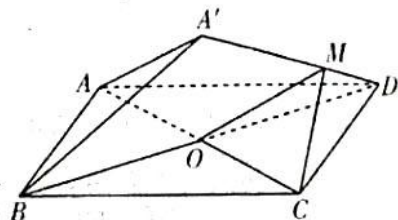
(II) 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本题满分 12 分)

如图所示, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , $AB = AC = 2$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折到 $\triangle A'BD$ 的位置, 使得 $AA' = \sqrt{2}$.

(I) 求证: 平面 $A'BD \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) 当 $\overrightarrow{A'M} = 2\overrightarrow{MD}$ 时, 求二面角 $M-CD-B$ 的正弦值.



(第 18 题图)

19. (本题满分 12 分)

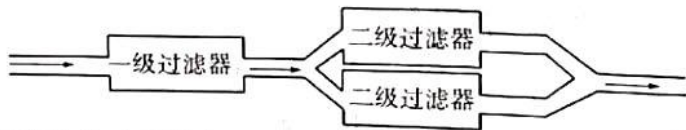
在平面直角坐标系 xOy 中, $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, P 是椭圆 E 上任意一点, 且 $\triangle PF_1F_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(I) 求椭圆 E 的标准方程;

(II) 过 F_2 作直线 l 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 点 $M(4, 0)$, 请问 $k_{AM} + k_{BM}$ 的值 (k_{AM}, k_{BM} 分别表示直线 AM 与直线 BM 的斜率) 是否为定值? 若是定值, 求出这个定值; 若不是定值, 请说明理由.

20. (本题满分 12 分)

某客户准备在家中安装一套净水系统, 该系统为二级过滤, 使用寿命为十年. 如图所示, 两个二级过滤器采用并联安装, 再与一级过滤器串联安装.



其中每一级过滤都由核心部件滤芯来实现. 在使用过程中, 一级滤芯和二级滤芯都需要不定期更换 (每个滤芯是否需要更换相互独立). 客户在安装净水系统的同时购买滤芯和在使用过程中单独购买滤芯的情况如下表:

	一级滤芯	二级滤芯
安装净水系统的同时购买	160 元 / 个	80 元 / 个
使用过程中单独购买	200 元 / 个	100 元 / 个

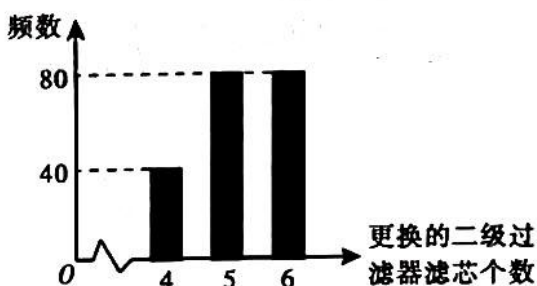
高二数学 (理科) 第 3 页 (共 4 页)

现需决策安装净水系统的同时购买滤芯的数量,为此参考了根据 100 套该净水系统在十年使用期内更换的滤芯的相关数据制成的图表,其中表 1 是根据 100 个一级过滤器更换的滤芯个数制成的频数分布表,图 2 是根据 200 个二级过滤器更换的滤芯个数制成的条形图.

表 1:一级滤芯更换频数分布表

一级滤芯更换的个数	8	9
频数	60	40

图 2:二级滤芯更换频数条形图



以 100 个一级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个一级过滤器更换滤芯发生的概率,以 200 个二级过滤器更换滤芯的频率代替 1 个二级过滤器更换滤芯发生的概率.

- (I) 记 Y 表示该客户的净水系统在使用期内需要更换的一级滤芯总数,求 Y 的分布列及数学期望;
- (II) 求一套净水系统在使用期内需要更换的各级滤芯总个数恰好为 21 的概率;
- (III) 记 m, n 分别表示该客户在安装净水系统的同时购买的一级滤芯和二级滤芯的个数.若 $m+n=18$ 且 $m \in \{8,9\}$,以该客户的净水系统在使用期内购买各级滤芯所需总费用的期望值为决策依据,试确定 m, n 的值.

21.(本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2xe^x, g(x) = ax + 1 + a \ln 2x (a \neq 0)$.

- (I) 讨论 $g(x)$ 的单调性;
- (II) 若对任意 $x \in (0, +\infty), f(x) \geq g(x)$ 恒成立,求实数 a 的值.

(二) 选考题:共 10 分.请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多选,则按所做的第一题计分,作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题号后的方框涂黑.

22.(本题满分 10 分) 选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + t, \\ y = t \end{cases} (t \text{ 为参数})$.以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2(1 + 2\cos 2\theta) - 3 = 0$ (ρ 为极径, θ 为极角).

- (I) 请分别求出直线 l 和曲线 C 的直角坐标方程;
- (II) 若直线 l 与 x 轴的交点为 P ,且与曲线 C 的交点分别为 M, N .求 $|PM| + |PN|$ 的值.

23.(本题满分 10 分) 选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x + 3| + |2x - 1|$.

- (I) 解不等式: $f(x) \leq 6$;
- (II) 若 $f(x)$ 的最小值为 m ,且实数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = m$,求证: $a + 2b + 2c \leq 6$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》