

高一年级数学试卷

(考试时间:120 分钟 满分:150 分)

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围:人教 A 版必修第二册。

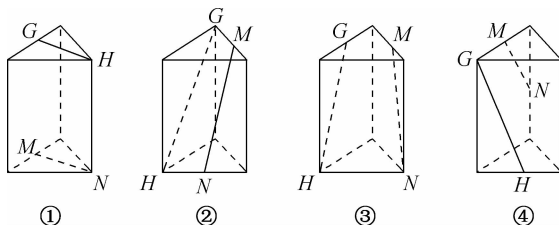
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $\frac{1+ai}{2-i}$ ($a \in \mathbf{R}$) 为纯虚数,则 a 的值为

A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0
2. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 0)$, $\mathbf{c} = (3, 4)$, 若 $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$, 则实数 $\lambda =$

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
3. 下列说法正确的是

A. 多面体至少有 3 个面
B. 有 2 个面平行,其余各面都是梯形的几何体是棱台
C. 各侧面都是正方形的四棱柱一定是正方体
D. 六棱柱有 6 条侧棱,6 个侧面,侧面均为平行四边形
4. 如图,点 G, H, M, N 分别是三棱柱的顶点或所在棱的中点,则表示直线 GH, MN 是异面直线的图形是



- ① ② ③ ④
- A. ①④ B. ②④
C. ③④ D. ②③
5. 国际比赛足球的半径应该在 10.8~11.3 cm 之间,球的圆周不得多于 71 cm 或少于 68 cm. 球的重量,在比赛开始时不得多于 453 g 或少于 396 g. 充气后其压力应等于 0.6~1.1 个大气压力(海平面上),即等于 600~1 100 g/cm,将一个表面积为 484π cm² 的足球用一个正方体盒子装起来,则这个正方体盒子的最小体积为

A. 121 cm³ B. 484 cm³ C. 1 331 cm³ D. 10 648 cm³

6. 下列说法不正确的是
- A. 一个人打靶时连续射击两次,事件“至少有一次中靶”与事件“两次都不中靶”互斥
- B. 掷一枚均匀的硬币,如果连续抛掷 1 000 次,那么第 999 次出现正面向上的概率是 $\frac{1}{2}$
- C. 若样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的标准差为 8,则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的标准差为 16
- D. 甲、乙两人对同一个靶各射击一次,记事件 $A = \text{“甲中靶”}$, $B = \text{“乙中靶”}$,则 $A + B = \text{“恰有一人中靶”}$

7. 已知 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线,则下列命题中不正确的是

- A. 若 $m \parallel n, m \perp \alpha$, 则 $n \perp \alpha$
- B. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
- C. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m \parallel n$
- D. 若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

8. 从装有大小相同的 3 个红球和 2 个白球的袋子中,随机摸出 2 个球,则至少有一个白球的概率为

- A. $\frac{7}{10}$
- B. $\frac{3}{5}$
- C. $\frac{3}{10}$
- D. $\frac{4}{5}$

9. 抛掷一枚质地均匀的骰子,“向上的点数是 2, 3, 4”为事件 A ,“向上的点数是 1, 5”为事件 B ,则下列选项正确的是

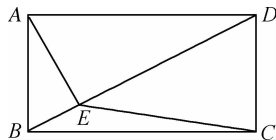
- A. A 与 B 是对立事件
- B. A 与 B 是互斥事件
- C. $P(A \cup B) = 1$
- D. $P(AB) = \frac{5}{6}$

10. 2020 年是全面实现小康社会目标的一年,也是全面打赢脱贫攻坚战的一年,某研究性学习小组调查了某脱贫县的甲、乙两个家庭,对他们过去 6 年(2014 年到 2019 年)的家庭收入情况分别进行统计,得到这两个家庭的年人均纯收入(单位:百元/人)甲:36, 37, 37, 38, 40, 42; 乙:34, 36, 38, 39, 40, 41. 对甲、乙两个家庭的年人均纯收入(以下分别简称“甲”“乙”)情况的判断,正确的是

- A. 过去的 6 年,“甲”的极差大于“乙”的极差
- B. 过去的 6 年,“甲”的平均值大于“乙”的平均值
- C. 过去的 6 年,“甲”的中位数大于“乙”的中位数
- D. 过去的 6 年,“甲”的平均增长率大于“乙”的平均增长率

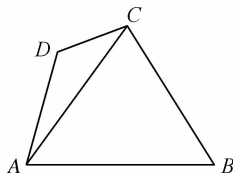
11. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1, AD=2, E$ 在 BD 上,且 $AE \perp BD$,则 $\vec{AE} \cdot \vec{EC} =$

- A. $\frac{12}{25}$
- B. $\frac{24}{25}$
- C. $\frac{4}{5}$
- D. $\frac{12}{5}$



12. 如图,设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\sqrt{3}(a \cos C + c \cos A) = 2b \sin B$,且 $\angle CAB = \frac{\pi}{3}$. 若点 D 是 $\triangle ABC$ 外一点, $DC=1, DA=2$,则下列说法中错误的是

- A. $\triangle ABC$ 的内角 $B = \frac{\pi}{3}$
- B. $\triangle ABC$ 的内角 $C = \frac{\pi}{3}$
- C. 四边形 $ABCD$ 面积无最大值
- D. 四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $\frac{5\sqrt{3}}{4} + 2$



二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. $\frac{2+i^{2021}}{i} = \underline{\hspace{2cm}}$.

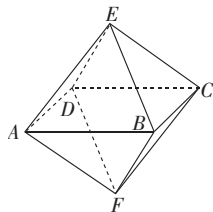
14. 已知 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = \sqrt{2}$, $\mathbf{a}^2 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1$, 则向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 数据 10, 10, 9, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 2 的第 80 百分位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, 已知一个八面体的各条棱长均为 2, 四边形 $ABCD$ 为正方形, 给出下列说法:

- ①该八面体的体积为 $\frac{8}{3}$;
- ②该八面体的外接球的表面积为 8π ;
- ③ E 到平面 ADF 的距离为 $\sqrt{3}$;
- ④ EC 与 BF 所成角为 60° .

其中正确的说法为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填序号)



三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在① $a^2 + c^2 - b^2 = ac$, ② $c \cos A + a \cos C = 2b \cos B$, ③ $\sqrt{3} a \sin B + b \cos A = a + c$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并作答。

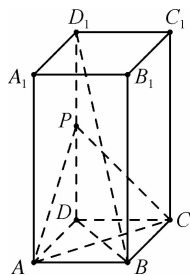
问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sin A = 2 \sin C$, $b = 2$, 且 $\underline{\hspace{2cm}}$. 求 $\triangle ABC$ 的面积.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 1$, $AA_1 = 2$, 点 P 为棱 DD_1 的中点.

- (1) 证明: $BD_1 \parallel$ 平面 PAC ;
- (2) 求异面直线 BD_1 与 AP 所成角的大小.



19. (本小题满分 12 分)

某校高二(9)班决定从 a, b, c 三名男生和 d, e 两名女生中随机选 3 名进入学生会.

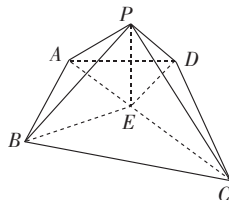
- (1) 求“女生 d 被选中”的概率;
- (2) 求“男生 a 和女生 e 恰好有一人被选中”的概率.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 点 E 是底面 $ABCD$ 对角线 AC 上一点, $PE=2\sqrt{2}$, $\triangle PCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, $DE=CE=BE$, $\angle CED=120^\circ$.

(1) 证明: $PE \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若四边形 $ABED$ 为平行四边形, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

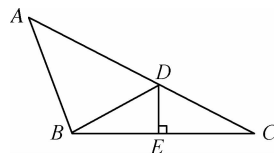


21. (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $DC=\frac{3}{2}$, $\cos A=\frac{4}{5}$, CB 的垂直平分线交边 AC 于点 D .

(1) 求 AD 的长;

(2) 若 $AD > AB$, 求 $\sin \angle ACB$ 的值.



22. (本小题满分 12 分)

某市供水管理部门随机抽取了 2021 年 2 月份 200 户居民的用水量, 经过整理得到如下的频率分布直方图.

(1) 求抽取的 200 户居民用水量的平均数;

(2) 为了进一步了解用水量在 $[6, 8)$, $[8, 10)$, $[10, 12]$ 范围内的居民用水实际情况, 决定用分层抽样的方法抽取 6 户进行电话采访.

(i) 各个范围各应抽取多少户?

(ii) 若从抽取的 6 户中随机抽取 3 户进行入户调查, 求 3 户分别来自 3 个不同范围的概率.

