参照秘密级管理★启用前

2020—2021学年度第二学期部分学校高中一年级
阶段性教学质量检测试题
数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 作答选择题时，选出每个小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号. 作答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 复数$\dfrac{(1-i)^2}{1+i}=$

A. $1-i$　　B. $1+i$　　C. $-1-i$　　D. $-1+i$

2. 设$\triangle ABC$内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$b=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$，$C=60^\circ$，则角$B=$

A. 45°　　B. 30°　　C. 45°或135°　　D. 30°或150°

3. 已知$\triangle ABC$的边BC上有一点D，满足$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}$可表示为

A. $\overrightarrow{AD}=-2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

4. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{b}|=4|\vec{a}|$，且$\vec{a}\perp(2\vec{a}+\vec{b})$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

5. 《九章算术》中“开立圆术”曰：置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即立圆径. “开立圆术”相当于给出了已知球的体积V，求其直径d，公式为$d=\sqrt[3]{\dfrac{16}{9}V}$，如果球的半径为$\dfrac{1}{3}$，根据“开立圆术”的方法求得球的体积为

A. $\dfrac{\pi}{2}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{4}{81}$　　D. $\dfrac{1}{6}$

6．设 m，$m+1$，$m+2$ 是钝角三角形的三边长，则实数 m 的取值范围是

A．$0<m<3$　　B．$1<m<3$

C．$3<m<4$　　D．$4<m<6$

7．已知长方体全部棱长的和为36，表面积为52，则其体对角线的长为

A．$\sqrt{29}$　　B．6　　C．$2\sqrt{23}$　　D．$4\sqrt{17}$

8．在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $2c\cos B=2a+b$，若△ABC 的面积 $S=\frac{\sqrt{3}}{12}c$，则 ab 的最小值为

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．3

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分．

9．已知复数 $z_1=3+4\mathrm{i}$，$z_2=4-3\mathrm{i}$，则下列结论正确的是：

A．$|z_1|=|z_2|$　　B．$z_1=\overline{z}_2$

C．$\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数　　D．复平面上表示 $z_1\cdot z_2$ 的点在第二象限

10．下列说法正确的是

A．$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$ 的第60百分位数是6

B．已知一组数据 $2,3,5,x,8$ 的平均数为5，则这组数据的方差是5.2

C．用分层随机抽样时，个体数最多的层里的个体被抽到的概率最大

D．若 $x_1,x_2,\ldots,x_{10}$ 的标准差为2，则 $3x_1+1,3x_2+1,\cdots,3x_{10}+1$ 的标准差是6

11．设 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 为平面非零向量，则下列结论错误的是

A．若 $\vec{a}\perp\vec{c}$ 且 $\vec{b}\perp\vec{c}$，则 $\vec{a}//\vec{b}$　　B．$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$

C．若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则 $\vec{a}=\vec{b}$　　D．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$

12. 在ΔABC中，A，B，C的对边分别为a，b，c，则下列命题正确的是

A. $\sin A<\sin B$的充要条件是$A<B$

B. 若ΔABC不是直角三角形，则$\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\cdot\tan B\cdot\tan C$，

C. 若A为ΔABC的最小内角，则$\frac{1}{2}\le\cos A<1$

D. 不存在ΔABC，使$\frac{a}{\cos A}=\frac{b}{\cos B}=\frac{c}{\cos C}$成立

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 向量$\vec{a}=(2,t)$，$\vec{b}=(-1,3)$的夹角为钝角，则t的范围是______________.

14. 给出下列命题：

（1）若平面α内有两条直线分别平行于平面β，则$\alpha//\beta$；

（2）若平面α内任意一条直线与平面β平行，则$\alpha//\beta$；

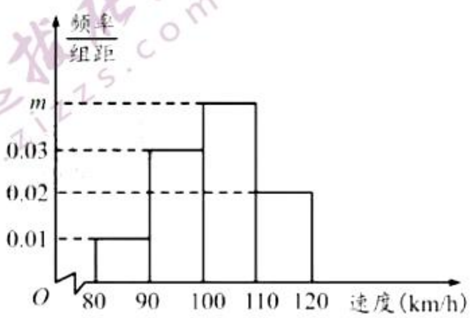
（3）过已知平面外一条直线，必能作出一个平面与已知平面平行；

（4）不重合的平面α,β,γ，若$\alpha//\gamma,\beta//\gamma$，则有$\alpha//\beta$.

其中正确的命题是____________. （填写序号）

15. 已知圆锥的顶点为S，母线SA，SB所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，SA与圆锥底面所成角为$\frac{\pi}{4}$，若$\triangle SAB$的面积为$5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为__________.

16. 如图是某高速公路测速点在2021年2月1日8:00到18:00时测得的过往车辆的速度（单位：km/h）的频率分布直方图，则该段时间内过往车辆速度的中位数是____ km/h，平均速度约为____ km/h.（本题第一个空2分，第二个空3分）

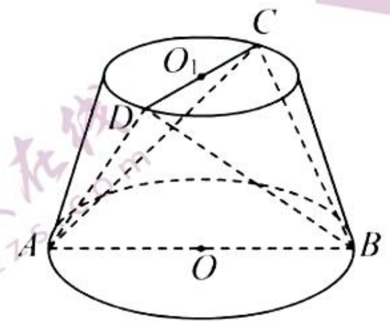


四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）如图，已知 CD，AB 分别是圆台 O_1O 上下底面圆的直径（O_1，O 为上下底面圆的圆心），直线 AB 与 CD 所成的角为 90°．

（1）求证：$BC=BD$；

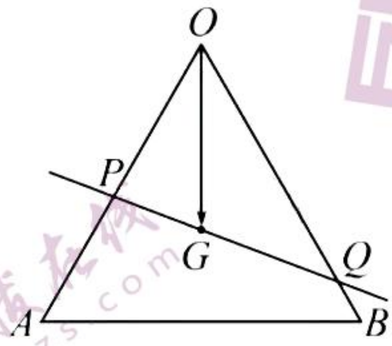
（2）若 $CD=2$，$AB=4$，圆台的母线长为 $\sqrt{5}$，求四面体 $A-BCD$ 的体积．



18．（12 分）如图，一直线经过边长为 2 的正三角形 OAB 的中心 G，且与 OA，OB 分别交于点 P，Q，设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，若 $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OQ}=n\overrightarrow{OB}$，$m,n>0$．

（1）用向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{OG}$；

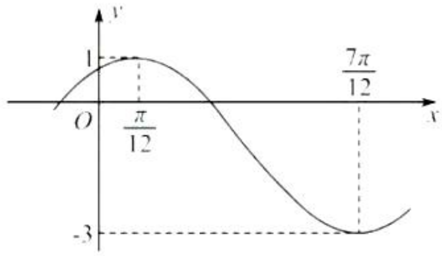
（2）求 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 的最小值．



19. （12分）已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)+B(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象，如图所示.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）先将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，求函数 $y=g(x)$ 的单调减区间和在区间 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上的最值.



20. （12分）在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，$(2a-c)\cos B=b\cdot\cos C$

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $a=3$，$b=\sqrt{19}$，点 D 在边 AC 上，且 $AD=2DC$，求 BD 的长度.

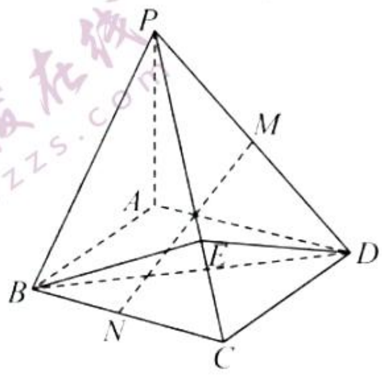
21. （12分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为1正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$PA=1$，点 M,N 分别为棱 PD,BC 的中点.

（1）求证：直线 $MN//$ 平面 PAB；

（2）设点 E 在棱 PC 上，若 $PE=2EC$，

（i）证明：直线 $PC\perp$ 平面 EBD；

（ii）求直线 MN 和平面 EBD 所成角的正弦值.



22.（12 分）某玻璃工艺品加工厂有 2 条生产线用于生产某款产品，每条生产线一天能生产 200 件该产品，该产品市场评级规定：评分在 10 分及以上的为 A 等品，低于 10 分的为 B 等品．厂家将 A 等品售价定为 2000 元/件，B 等品售价定为 1200 元/件．

下面是检验员在现有生产线上随机抽取的 16 件产品的评分：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得 $\bar{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s^2=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i^2-\bar{x}^2=0.045$，其中 x_i 为抽取的第 i 件产品的评分，$i=1$，2，……，16．

该厂计划通过增加生产工序来改进生产工艺，已知对一条生产线增加生产工序每年需花费 1500 万元，改进后该条生产线产能不变，但生产出的每件产品评分均提高 0.05．已知该厂现有一笔 1500 万元的资金．

（1）若厂家用这 1500 万元改进一条生产线，根据随机抽取的 16 件产品的评分：

（i）估计改进后该生产线生产的产品中 A 等品所占的比例；

（ii）估计改进后该厂生产的所有产品评分的平均数和方差．

（2）某金融机构向该厂推销一款年收益率为 8.2% 的理财产品．请你利用所学知识分析判断，将这 1500 万元用于购买该款理财产品所获得的收益，与通过改进一条生产线使产品评分提高所增加的收益相对比，一年后哪种方案的收益更大？（一年按 365 天计算）

2020—2021学年度第二学期部分学校高中一年级

阶段性教学质量检测试题

数学答案及评分标准

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

CADC　　DBAB

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分．

9．AC．　10．BD．　11．CD．　12．ABC．

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．答案：$(-\infty,-6)\cup(-6,\frac{2}{3})$．（写成$t<\frac{2}{3}$且$t\neq-6$的不扣分）

14．答案：（2）（4）．　15．答案：$40\sqrt{2}\pi$．

16．102.5，102．（本题第一个空2分，第二个空3分）

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10分）

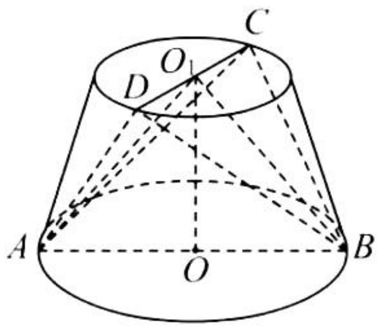
（1）证明：连接O_1A,O_1B，O_1O，由圆台的性质可知：$OO_1\perp CD$，……2分

因为直线AB与CD所成的角为90°，即$CD\perp AB$，又因为$O_1O\cap AB=O$，

所以$CD\perp$平面O_1AB，……3分

所以$CD\perp O_1B$，……4分

又O_1是CD的中点，所以$BC=BD$．……5分



（2）**解法 1：**

由（1）可知 $DC \perp$ 平面 O_1AB，因为 $CD=2$，$AB=4$，圆台的母线长为 $\sqrt{5}$，

所以圆台的高 $O_1O=2$，　　　　　　　　　　　　……6 分

所以 ΔO_1AB 的面积 $S_{\Delta O_1AB}=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$，　　……8 分

所以四面体 $A-BCD$ 的体积 $V_{A-BCD}=\frac{1}{3}DC\cdot S_{\Delta O_1AB}=\frac{1}{3}\times 2\times 4=\frac{8}{3}$

……10 分

解法 2：

因为 $CD=2$，$AB=4$，圆台的母线长为 $\sqrt{5}$，

所以圆台的高 $O_1O=2$，　　　　　　　　　　　　……6 分

所以 $AO_1=BO_1=2\sqrt{2}$，所以 $AO_1\perp BO_1$，由（1）可知，$AO_1\perp DC$，

所以 $AO_1\perp$ 面 BCD　　　　　　　　　　　　……8 分

又 ΔBCD 的面积 $S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

所以四面体 $A-BCD$ 的体积 $V_{A-BCD}=\frac{1}{3}AO_1\cdot S_{\Delta BCD}=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=\frac{8}{3}$．

……10 分

评分说明：第（1）问通过计算方法证明的同样得分．

18．（12 分）

解：（1）延长 OG 交 AB 于点 D，则点 D 为 AB 中点，于是 $OG=\frac{2}{3}OD$；　…2 分

因为 $\vec{OD}=\frac{1}{2}(\vec{OA}+\vec{OB})$，所以 $\vec{OG}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\vec{OA}+\vec{OB})=\frac{1}{3}\vec{OA}+\frac{1}{3}\vec{OB}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$ …4 分

（2）$\vec{OP}\cdot\vec{OQ}=\left|\vec{OP}\right|\cdot\left|\overline{OQ}\right|\cdot\cos\angle AOB=m\left|\vec{OA}\right|\cdot n\left|\overline{OB}\right|\cdot\cos\frac{\pi}{3}=2mn$ ……6 分

法一：由（1）可知 $\vec{OG}=\frac{1}{3}\vec{OA}+\frac{1}{3}\vec{OB}=\frac{1}{3m}\vec{OP}+\frac{1}{3n}\vec{OQ}$， ……7 分

因为 P,G,Q 三点共线，所以 $\frac{1}{3m}+\frac{1}{3n}=1$，即 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=3$ ……9 分

因为 $m,n>0$，所以 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\ge 2\sqrt{\frac{1}{mn}}$，即 $mn\ge\frac{4}{9}$ ………11 分

因此 $\overline{OP}\cdot\overline{OQ}$ 的最小值为 $\frac{8}{9}$. ………12 分

法二：由 P,G,Q 三点共线可知，存在实数 λ，使得 $\vec{PQ}=\lambda\vec{PG}$ ………7 分

即 $\vec{OQ}-\vec{OP}=\lambda\left(\vec{OG}-\vec{OP}\right)$，可得 $n\vec{b}-m\vec{a}=\lambda\left(\frac{1}{3}-m\right)\vec{a}+\frac{1}{3}\lambda\vec{b}$ ………8 分

从而 $\begin{cases}-m=\lambda\left(\frac{1}{3}-m\right)\\ n=\frac{1}{3}\lambda\end{cases}$，消去 λ 可得 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=3$ ………9 分

因为 $m,n>0$，所以 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\ge 2\sqrt{\frac{1}{mn}}$，即 $mn\ge\frac{4}{9}$ ………11 分

因此 $\overline{OP}\cdot\overline{OQ}$ 的最小值为 $\frac{8}{9}$. ………12 分

19.（12 分）

解：（1）由函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)+B(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象可知：

$A=\frac{1-(-3)}{2}=2$，$B=\frac{1+(-3)}{2}=-1$， ………2 分

因为 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}=\frac{7\pi-\pi}{12}$，所以 $\omega=2$ ………3 分

所以 $f(x)=2\cos(2x+\varphi)-1$，把点 $(\frac{\pi}{12},1)$ 代入得：$\cos(\frac{\pi}{6}+\varphi)=1$，

即 $\frac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi$，$k\in Z$． 又因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{6}$， ………4 分

因此 $f(x)=2\cos(2x-\frac{\pi}{6})-1$． ………5 分

（2）先将 $f(x)$ 的图象横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，可得 $y=2\cos(4x-\frac{\pi}{6})-1$ 的图象，

…6 分

再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，可得 $g(x)=2\cos(4x-\frac{5\pi}{6})-1$ 的图象， ………7 分

由 $2k\pi\leqslant 4x-\frac{5\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\pi$，$k\in Z$，可得 $2k\pi+\frac{5\pi}{6}\leqslant 4x\leqslant 2k\pi+\frac{11\pi}{6}$，$k\in Z$

即 $\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{24}\leqslant x\leqslant\frac{k\pi}{2}+\frac{11\pi}{24}$，$k\in Z$，因此减区间是 $\left[\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{24},\frac{k\pi}{2}+\frac{11\pi}{24}\right]$，$k\in Z$ ……9 分

因为 $x\in[0,\frac{\pi}{4}]$，$4x-\frac{5\pi}{6}\in\left[-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$，所以 $g(x)$ 在 $\left[0,\frac{5\pi}{24}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\frac{5\pi}{24},\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递减． ………………………10 分

所以，当 $x=\frac{5\pi}{24}$ 时，即 $4x-\frac{5\pi}{6}=0$ 时，$g(x)$ 有最大值为1； ……………11 分

而 $g(0)=-\sqrt{3}-1$，$g(\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}-1$，

所以，当 $x=0$ 时，$g(x)$ 有最小值为 $-\sqrt{3}-1$． ………12 分

20．（12 分）

解：（1）由 $(2a-c)\cos B=b\cdot\cos C$，可得 $(2\sin A-\sin C)\cos B=\sin B\cdot\cos C$，…1 分

即 $2\sin A\cos B-\sin C\cos B=\sin B\cdot\cos C$，

即 $2\sin A\cos B=\sin C\cos B+\sin B\cdot\cos C=\sin(B+C)=\sin A$， ………3 分

因为 $\sin A\neq 0$，所以 $\cos B=\frac{1}{2}$， ………4 分

又因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$． ………5 分

（2）在 ΔABC 中，由余弦定理得：

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{9+c^2-19}{2\cdot 3\cdot c}=\frac{1}{2}$， ………7 分

可得 $c^2-3c-10=0$，解得 $c=5$ 或 $c=-2$（舍去） ………8 分

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{9+19-25}{2\cdot3\cdot\sqrt{19}}=\dfrac{1}{2\sqrt{19}}$， ……10 分

因为 $AD=2DC$，所以 $DC=\dfrac{1}{3}b=\dfrac{\sqrt{19}}{3}$，

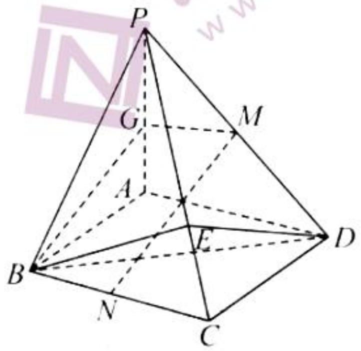
在 ΔBDC 中，由余弦定理得：

$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cdot\cos C=9+\left(\dfrac{\sqrt{19}}{3}\right)^2-2\cdot3\cdot\dfrac{\sqrt{19}}{3}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{19}}=\dfrac{91}{9}$， ………11 分

因此 $BD=\dfrac{\sqrt{91}}{3}$． ………12 分

21．（12 分）

解析：（1）取 PA 的中点 G，连接 MG,BG，如图



所以 $MG//AD$，且 $GM=\dfrac{1}{2}AD$， ………………………………………………1 分

结合已知，可得 $MG//BN$ 且 $MG=BN$，

所以四边形 $MGBN$ 为平行四边形，

所以直线 $MN//GB$， ………………………………………………3 分

又 $MN\not\subset$ 平面 PAB，$GB\subset$ 平面 PAB，

所以直线 $MN//$ 平面 PAB． ………………………………………………4 分

（2）（i）由已知可得，$PD=PB=\sqrt{2}$，$PC=\sqrt{3}$，在 ΔPCD 中，由余弦定理可得，

$\cos\angle CPD=\dfrac{3+2-1}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

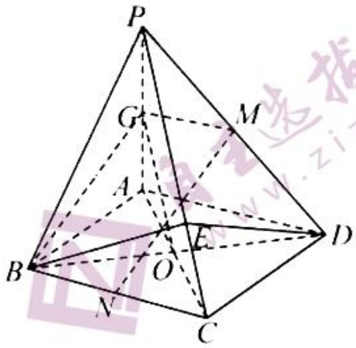
所以 $DE^2=PE^2+PD^2-2PE\cdot PD\cos\angle CPD=\dfrac{4}{3}+2-2\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{2}{3}$，

所以 $PE^2+ED^2=PD^2$，所以 $PC\perp DE$ ……………………………………6 分

同理，$PC\perp BE$，因为 $BE\cap DE=E$，

所以 $PC\perp$ 平面 EBD， ……………………………………8 分

（ⅱ）**解法 1：**



连接 AC 交 BD 于 O，连接 GO，所以 $GO//PC$，所以 $GO\perp$ 平面 EBD，

由（1）可知，直线 MN 和平面 EBD 所成角与直线 BG 和平面 EBD 所成角相等，

所以 $\angle GBO$ 即为直线 MN 和平面 EBD 所成角，……………………………10 分

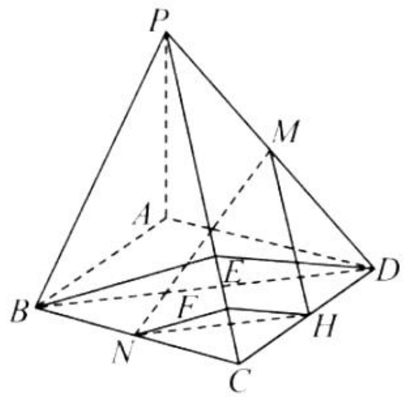
$GO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$BO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\tan\angle GBO=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

所以 $\sin\angle GBO=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$．

所以直线 MN 和平面 EBD 所成角的正弦值是 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$．……………………………12 分

解法 2：

设 EC,CD 的中点分别为 F,H，连接 FN,FH,NH，



所以，$FH // ED$，$FN // EB$，所以，平面 $FNH //$ 平面 EBD，

所以直线 MN 和平面 EBD 所成角与直线 MN 和平面 FNH 所成角相等，

因为 $MH // PC$，所以 $MH \perp$ 平面 FNH，

所以 $\angle MNH$ 即为直线 MN 和平面 FNH 所成角， ………………………10 分

因为 $NH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$MH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\tan\angle MNH=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

所以 $\sin\angle MNH=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$，

所以直线 MN 和平面 EBD 所成角的正弦值是 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$． ……………………12 分

22．（12 分）

解：（1）（i）改进后，随机抽取的 16 件产品的评分依次变为：

10.00　10.17　10.01　10.01　10.06　9.97　10.03　10.09

10.31　9.96　10.18　10.07　9.27　10.09　10.10　10.00

其中 A 等品共有 13 个，所以改进后该生产线生产的新产品中 A 等品所占的比例为

$\dfrac{13}{16}$． ……………………………………………2 分

（ii）设一条生产线改进前一天生产出的产品评分为 $y_i(i=1,2,3,\cdots,200)$，改进后该

天生产出的产品评分设为$z_i(i=1,2,3,\cdots,200)$，则$z_i=y_i+0.05$，

由已知，得用样本估计总体可知$\bar{y}=9.97$，所以

$$\bar{z}=\frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200}z_i=\frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200}(y_i+0.05)=\bar{y}+0.05=10.02，$$ ……………4 分

故改进一条生产线后该厂生产的所有产品评分的平均数为：

$$\frac{9.97\times200+10.02\times200}{400}=9.995．$$ ……………………………………6 分

由已知，得用样本估计总体可知$s_1^2=0.045$，改进后该厂的所有产品评分的方差为：

$$\frac{1}{400}[\sum_{i=1}^{200}(y_i-9.995)^2+\sum_{i=1}^{200}(z_i-9.995)^2]$$ ……………………………………7 分

$$=\frac{1}{400}\{[\sum_{i=1}^{400}(y_i-\bar{y})^2-2(\bar{y}-9.995)\sum_{i=1}^{200}(y_i-\bar{y})+200(\bar{y}-9.995)^2]+[\sum_{i=1}^{200}(z_i-\bar{z})^2-2(\bar{z}-9.995)]\sum_{i=1}^{200}(z_i-\bar{z})+200(\bar{z}-9.995)^2]\}$$

$$=\frac{1}{400}\{[\sum_{i=1}^{200}(y_i-\bar{y})^2+200(\bar{y}-9.995)^2]\}+[\sum_{i=1}^{200}(z_i-\bar{z})^2+200(\bar{z}-9.995)]^2\}(*)，$$

因为$s_1^2=\frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200}(y_i-\bar{y})^2$，所以$\sum_{i=1}^{200}(y_i-\bar{y})^2=200s_1^2$，

同理，$\sum_{i=1}^{200}(z_i-\bar{z})^2=200s_2^2$，

$$\therefore(*)式=\frac{1}{400}\{[200s_1^2+200(\bar{y}-9.995)^2]+[200s_2^2+200(\bar{z}-9.995)^2]\}$$

$$=\frac{200}{400}\times[0.045+(9.97-9.995)^2]+\frac{200}{400}\times[0.045+(10.02-9.995)^2]$$

$$=0.045+0.025^2=0.045625．$$ ……………………………………10 分

（2）将这1500万元用于改进一条生产线，一年后因产品评分提高而增加的收益为：

$(2000-1200)\times\dfrac{5}{16}\times 200\times 365-1500\times 10^4=325\times 10^4$ （元），　　…………………11 分

将这 1500 万元购买该款理财产品，一年后的收益为：

$1500\times 10^4\times(1+8.2\%)-1500\times 10^4=123\times 10^4$ （元）．

因为 $325\times 10^4>123\times 10^4$，

所以将这 1500 万元用于改进一条生产线一年后收益更大．　　…………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。