2024年高考押题预测卷01【新高考卷】

数学·全解全析

**一、单选题**

1．设集合，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】，得，即，

，得，即，，

所以.

故选：B

2．设数列的前项之积为，满足（），则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】因为，

所以，即，所以，

所以，显然，

所以，

所以数列是首项为，公差为2的等差数列，

所以，

即，所以．

故选：C．

3．某企业的废水治理小组积极探索改良工艺，致力于使排放的废水中含有的污染物数量逐渐减少．已知改良工艺前排放的废水中含有的污染物数量为，首次改良工艺后排放的废水中含有的污染物数量为，第*n*次改良工艺后排放的废水中含有的污染物数量满足函数模型（，），其中为改良工艺前排放的废水中含有的污染物数量，为首次改良工艺后排放的废水中含有的污染物数量，*n*为改良工艺的次数．假设废水中含有的污染物数量不超过时符合废水排放标准，若该企业排放的废水符合排放标准，则改良工艺的次数最少为（    ）（参考数据：，）

A．12 B．13 C．14 D．15

【答案】D

【详解】由题意知，，

当时，，故，解得，

所以．

由，得，即，

得，又，

所以，

故若该企业排放的废水符合排放标准，则改良工艺的次数最少要15次．

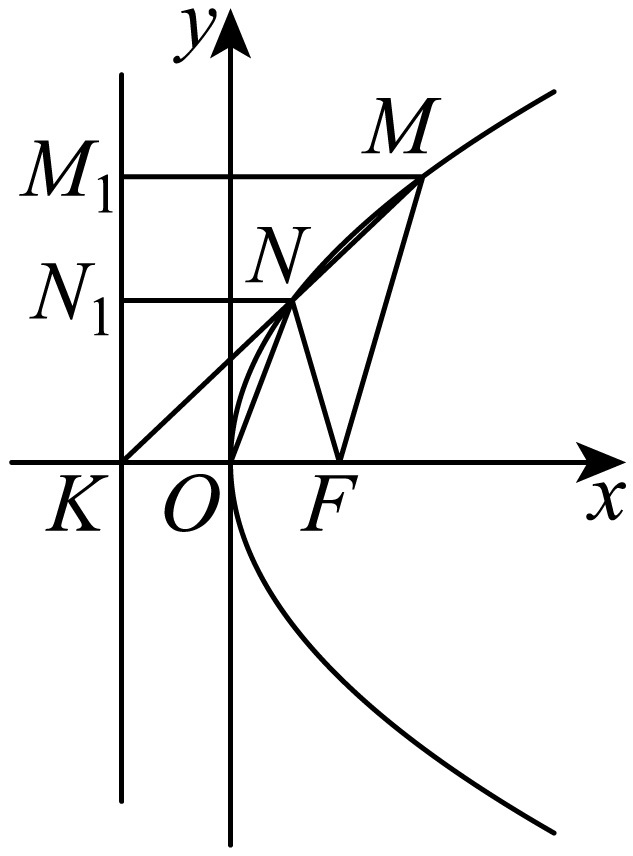
故选：D

4．已知点在抛物线上，抛物线的准线与轴交于点，线段的中点也在抛物线上，抛物线的焦点为，则线段的长为（    ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】C

【详解】



如图，不妨设点在第一象限，依题知是的中位线，可知，过向准线做垂线，垂足分别为，

同理是的中位线，，由抛物线定义知，故得，

又，则点横坐标是，代入可得其纵坐标为，故.

故选：C．

5．已知，则的大小关系是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】对，因为，则，即函数在单调递减，

且时，，则，即，所以，

因为且，所以，

又，所以.

故选：B

6．设等差数列的公差为，则“”是“为递增数列”的（    ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【详解】由等差数列的公差为，得，则，

当时，，而，则，因此，为递增数列；

当为递增数列时，则，即有，整理得，不能推出，

所以“”是“为递增数列”的充分不必要条件.

故选：A

7．已知，则（    ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【详解】解：因为，

所以，

两式相加得：，即，

化简得，

所以，

故选：A

8．已知函数的导函数，若函数有一极大值点为，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【详解】由题意，令，

若恒成立，易知：当时，当时，

所以是的极小值点，不合题意，故有两个不同零点．

设的两个零点分别为，则，

结合三次函数的图象与性质知： ，

在、上，单调递减，在、上，单调递增，是的极大值点，符合题意，

此时需，得，所以实数的取值范围为．

故选：D.

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．已知复数，则下列命题一定成立的有（    ）

A．若，则 B．若，则

C． D．

【答案】AC

【分析】根据共轭复数的概念和复数的四则运算，结合复数模的计算及性质，逐项判断即可.

【详解】设，则.

对于A：，

若，则，

所以，即，故A一定成立；

对于B：，若，则①，

，同理，

若，则需满足且，与①式不同，故B不一定成立；

选项C：，

，

所以，故C一定成立；

选项D：②，

，与②式不同，故D不一定成立.

故选：AC

10．已知，下列结论正确的是（    ）

A．若的最小正周期为，则

B．若的图象向左平移个单位长度后得到的图象关于轴对称，则

C．若在上恰有4个极值点，则的取值范围为

D．存在，使得在上单调递减

【答案】ABC

【详解】由，

对于A，若的最小正周期为，则，故A正确；

对于B，若的图象向左平移个单位长度后得，其图象关于纵轴对称，

则有，显然，故B正确；

对于C，，

根据题意有，故C正确；

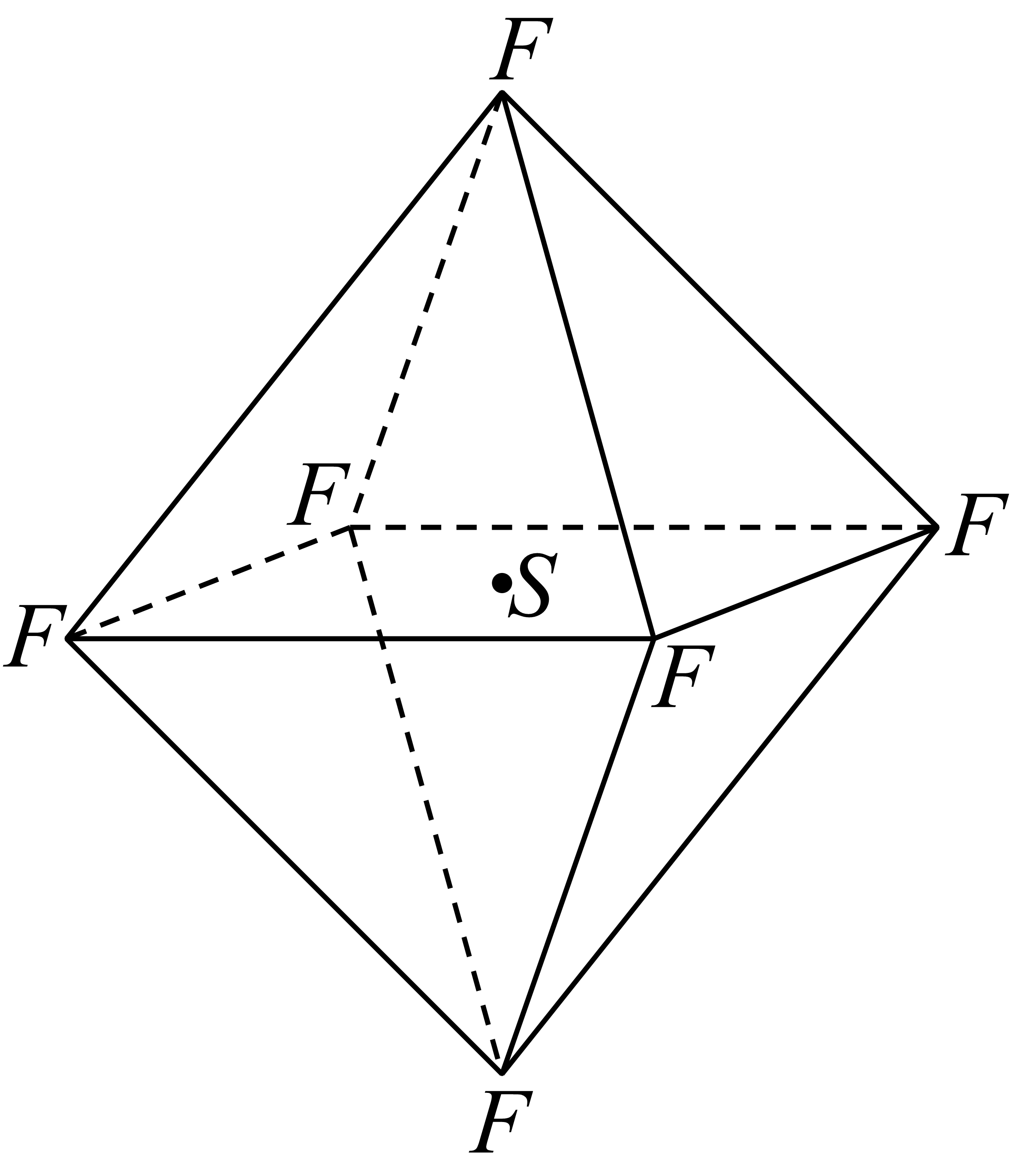
对于D，，

显然，，即该区间为包含的连续区间，

根据正弦函数的单调性可知：该区间不可能单调递减，故D错误.

故选：ABC

11．六氟化硫，化学式为，在常压下是一种无色、无臭、无毒、不燃的稳定气体，有良好的绝缘性，在电器工业方面具有广泛用途．六氟化硫结构为正八面体结构，如图所示，硫原子位于正八面体的中心，6个氟原子分别位于正八面体的6个顶点，若相邻两个氟原子之间的距离为*m*，则（    ）

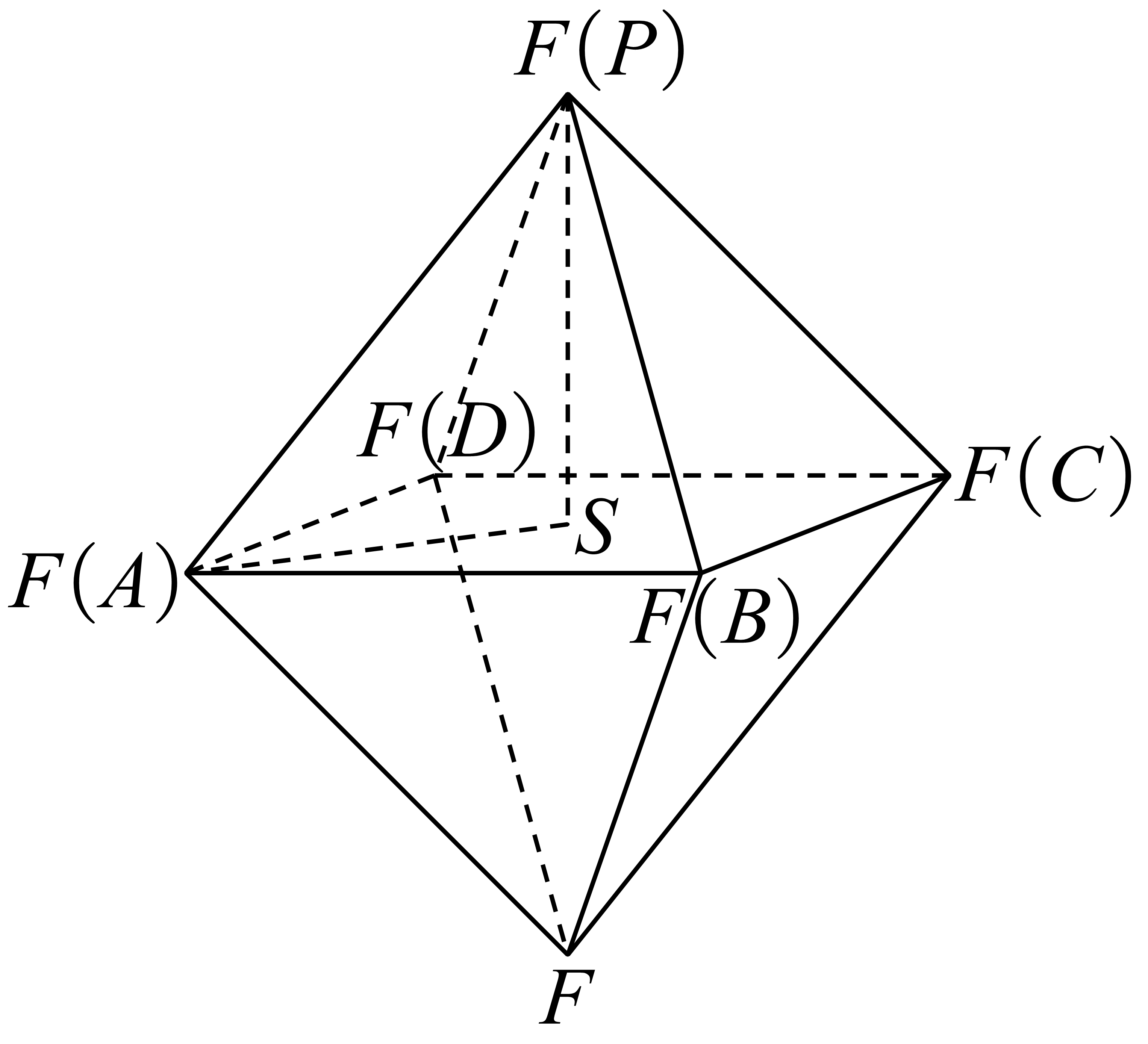


A．该正八面体结构的表面积为 B．该正八面体结构的体积为

C．该正八面体结构的外接球表面积为 D．该正八面体结构的内切球表面积为

【答案】ACD

【详解】



对A：由题知，各侧面均为边长为的正三角形，

故该正八面体结构的表面积，故A正确；

对B：连接，则，底面，

故该正八面体结构的体积，故B错误；

对C：底面中心到各顶点的距离相等，故为外接球球心，外接球半径，

故该正八面体结构的外接球表面积，故C正确；

对D：该正八面体结构的内切球半径，

故内切球的表面积，故D正确；

故选：ACD．

**第二部分（非选择题 共92分）**

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．的展开式中的系数为 ．

【答案】

【详解】

二项式的展开式通项公式为，

当时，，当时，，

因此展开式中含的项为，故所求系数为.

故答案为：24.

13．已知高为2的圆锥内接于球*O*，球*O*的体积为，设圆锥顶点为*P*，平面为经过圆锥顶点的平面，且与直线所成角为，设平面截球*O*和圆锥所得的截面面积分别为，，则 .

【答案】

【详解】令球半径为，则，解得，由平面与直线成角，

得平面截球所得小圆半径，因此，

由球的内接圆锥高为2，得球心到此圆锥底面距离，则圆锥底面圆半径，

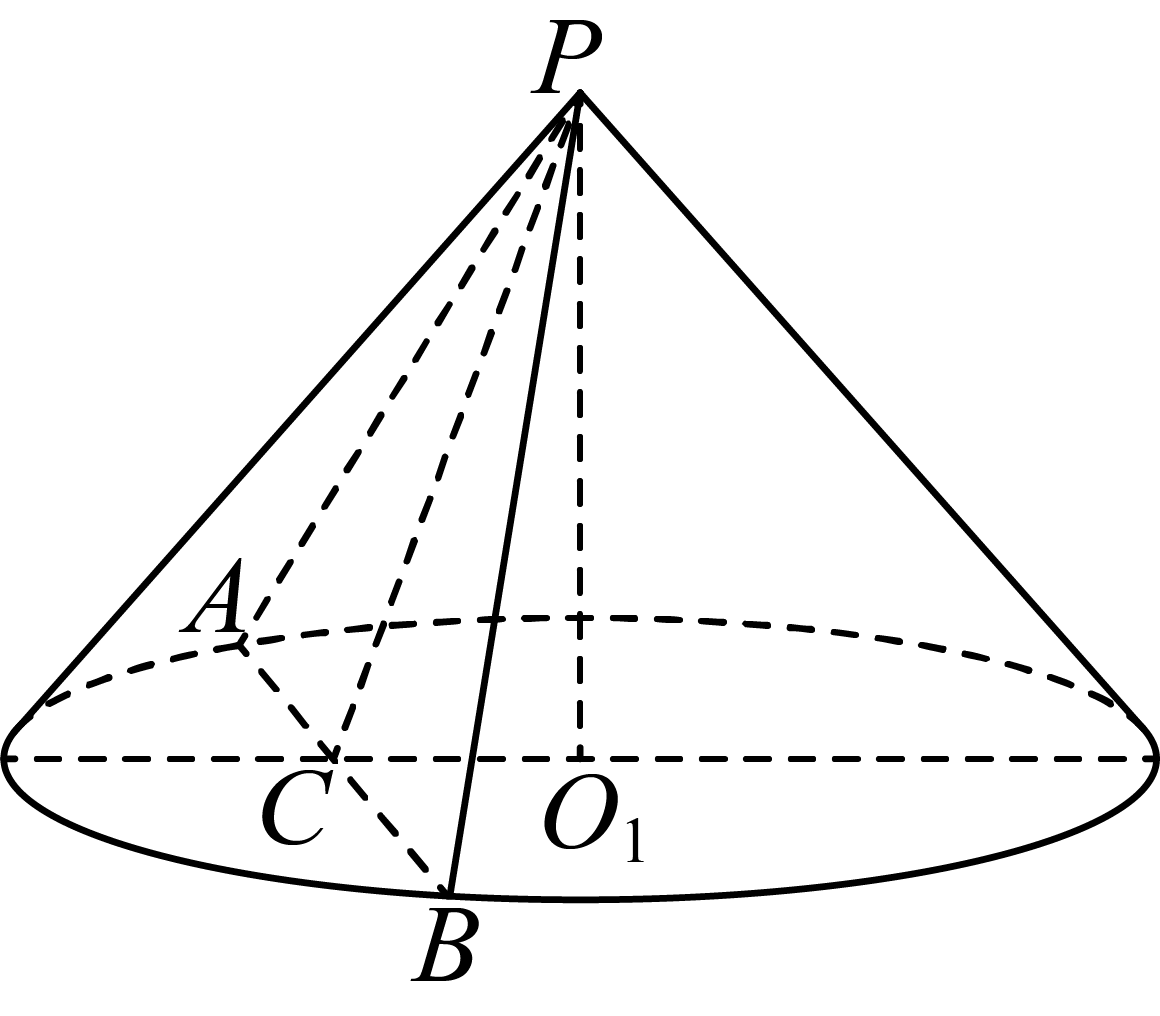
令平面截圆锥所得截面为等腰，线段为圆锥底面圆的弦，

点为弦中点，如图，依题意，，，

，显然，于是，

所以.

故答案为：



14．已知双曲线的左右顶点分别为，点是双曲线上在第一象限内的点，直线的倾斜角分别为，则 ；当取最小值时，的面积为 ．

【答案】 

【详解】设，则，可得，

又因为分别为双曲线的左右顶点，可得，

所以；

又由，所以，

当且仅当时，等号成立，所以，解得，

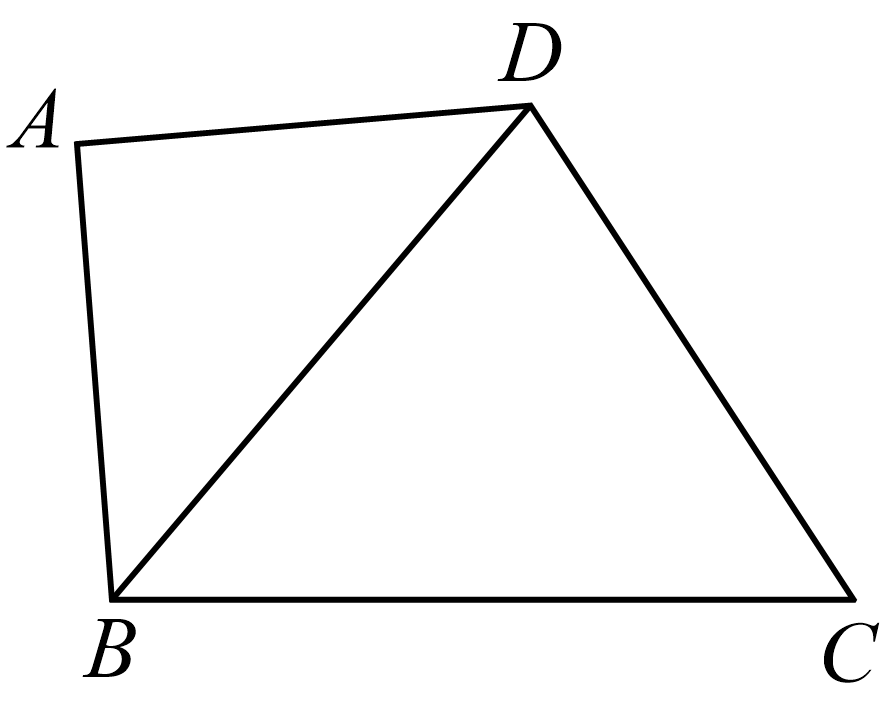
所以，所以，

所以的面积为.

故答案为：；.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步棸。

15．如图，在平面四边形*ABCD*中，，．



(1)若，，求的值；

(2)若，，求四边形*ABCD*的面积．

【答案】(1)(2)

【详解】（1）在中，，，则，

，

在中，由正弦定理得，

.

（2）在和中，由余弦定理得

，

，

得，又，得，

则，，

四边形*ABCD*的面积

.

16．已知函数．

(1)若，求函数在上的最大值和最小值；

(2)讨论函数的单调性．

【答案】(1)最大值为，最小值为；(2)答案见解析.

【详解】（1）当时，，则，

令，得或，

由于，

所以当，，在单调递减，

所以当，，在单调递增，

所以在时取到极小值，且，

又因为，，

综上，函数在上的最大值为，最小值为.

（2）因为，所以，

当，即时，，

在单调递增，

当，即时，

令，则，

所以当，，在单调递增，

当，，在单调递减，

当，，在单调递增.

综上所述，当时，在单调递增，

当时，在，单调递增，在单调递减.

17．2023年12月2日，中央广播电视总台甲辰龙年春晚的主标识正式发布，中央广播电视总台《2024年春节联欢晚会》以“龙行龘龘，欣欣家国”为主题，创新“思想＋艺术＋技术”融合传播，与全球华人相约除夕，共享一台精彩纷呈、情真意切、热气腾腾的文化盛宴．为了解大家对“龘”这个字的认知情况，某网站进行了调查，并对每一类情况赋予相应的认知度分值，得到如下表格：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 认知情况 | *A*类：不会读不会写 | *B*类：会读不会写 | *C*类：会读且会写但不理解 | *D*类：会读、会写且理解 |
| 人数/万人 | 10 | 30 | 5 | 5 |
| 认知度分值 | 50 | 70 | 90 | 100 |

(1)求参与调查的人员认知度分值的平均数与方差；

(2)为了帮助大家记住这个主题，该网站设计了一个有奖游戏，参与者点击游戏按钮，“龙行龘龘，欣欣家国”这8个字将进行随机排列，若相同的字分别相邻（即龘与龘相邻，欣与欣相邻），则这个参与者可以获得奖励，已知每个参与者是否获得奖励互不影响，若2人同时参与游戏，求恰好有1人获得奖励的概率；

(3)若从参与调查的人员中按照分层抽样的方法抽取20人进行座谈，再从这20人中随机选取3人赠送小礼品，这3人中属于*D*类的人数记为*X*，求*X*的分布列及数学期望．

【答案】(1)71，209(2)(3)分布列见解析，

【详解】（1）参与调查的人员认知度分值的平均数为

，

方差为．

（2）将这8个字随机排列，不同的排列方法有种，

相同的字分别相邻的不同情况有种，

故参与者可以获得奖励的概率．

若2人同时参与游戏，则恰好有1人获奖的概率为．

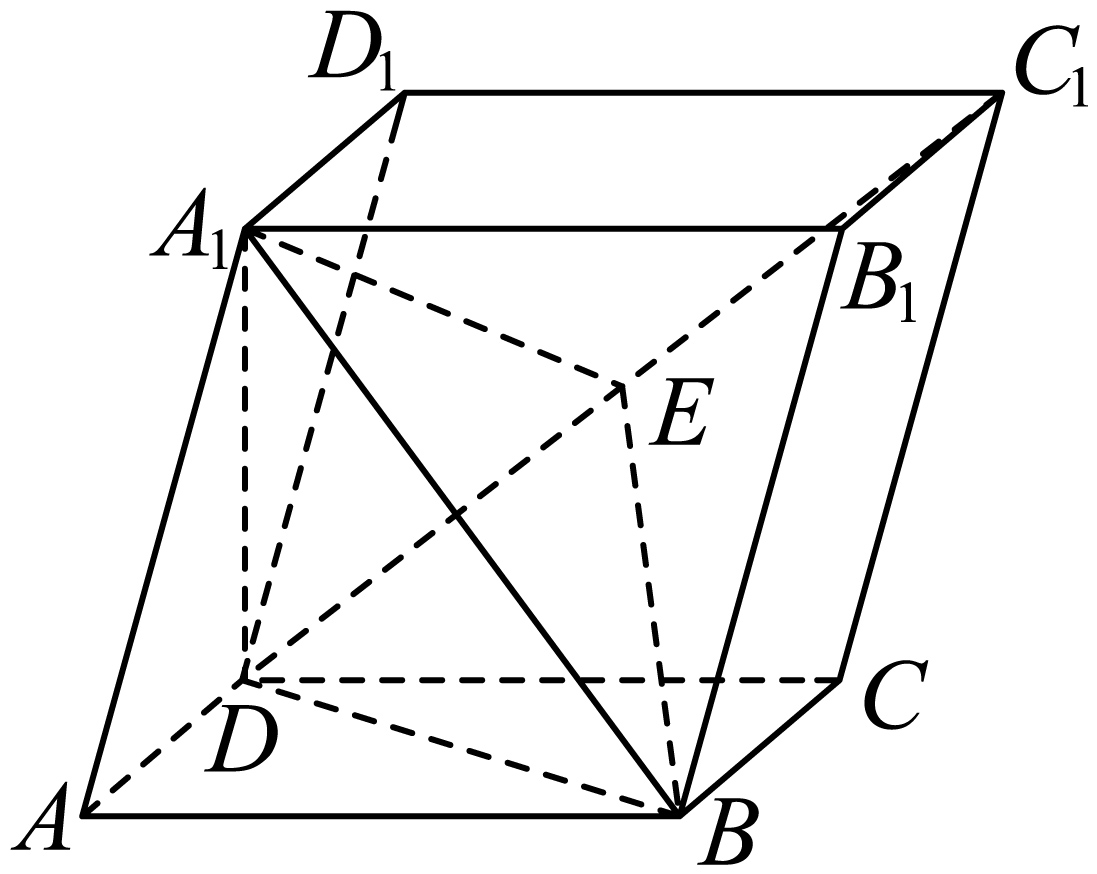
（3）根据分层抽样的规则可知，*A*类抽取4人，*B*类抽取12人，*C*类抽取2人，*D*类抽取2人，则*X*的所有可能取值为0，1，2，则，，，

∴*X*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 |
| *P* |  |  |  |

∴*X*的数学期望为．

18．已知四棱柱如图所示，底面为平行四边形，其中点在平面内的投影为点，且．



(1)求证：平面平面；

(2)已知点在线段上（不含端点位置），且平面与平面的夹角的余弦值为，求的值．

【答案】(1)证明见解析(2)

【详解】（1）不妨设，

因为平面平面，故，

在中，，

由余弦定理，，

得，故，则，

因为平面，所以平面，

而平面，所以平面平面；

（2）由（1）知，两两垂直，

如图所示，以为坐标原点，建立的空间直角坐标系，

则，

故，

，所以，

设，则，即，

所以；

设为平面的一个法向量，

则，

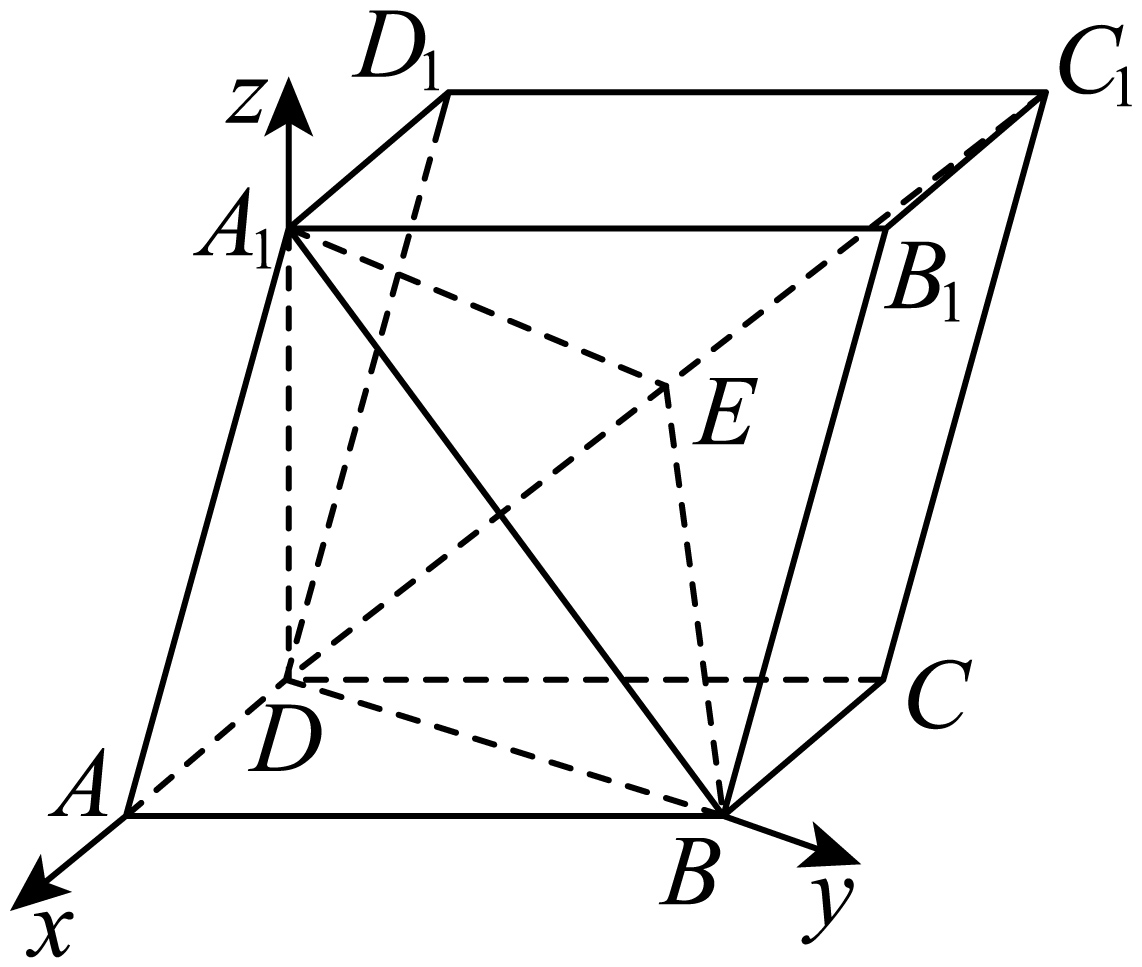
令，则，所以，

因为轴平面，则可取为平面的一个法向量，

设平面与平面的夹角为，

则，

解得，故．



19．人类对地球形状的认识经历了漫长的历程．古人认为宇宙是“天圆地方”的，以后人们又认为地球是个圆球.17世纪，牛顿等人根据力学原理提出地球是扁球的理论，这一理论直到1739年才为南美和北欧的弧度测量所证实．其实，之前中国就曾进行了大规模的弧度测量，发现纬度越高，每度子午线弧长越长的事实，这同地球两极略扁，赤道隆起的理论相符．地球的形状类似于椭球体，椭球体的表面为椭球面，在空间直角坐标系下，椭球面，这说明椭球完全包含在由平面所围成的长方体内，其中按其大小，分别称为椭球的长半轴、中半轴和短半轴．某椭球面与坐标面的截痕是椭圆.

(1)已知椭圆在其上一点处的切线方程为．过椭圆的左焦点作直线与椭圆相交于两点，过点分别作椭圆的切线，两切线交于点，求面积的最小值．

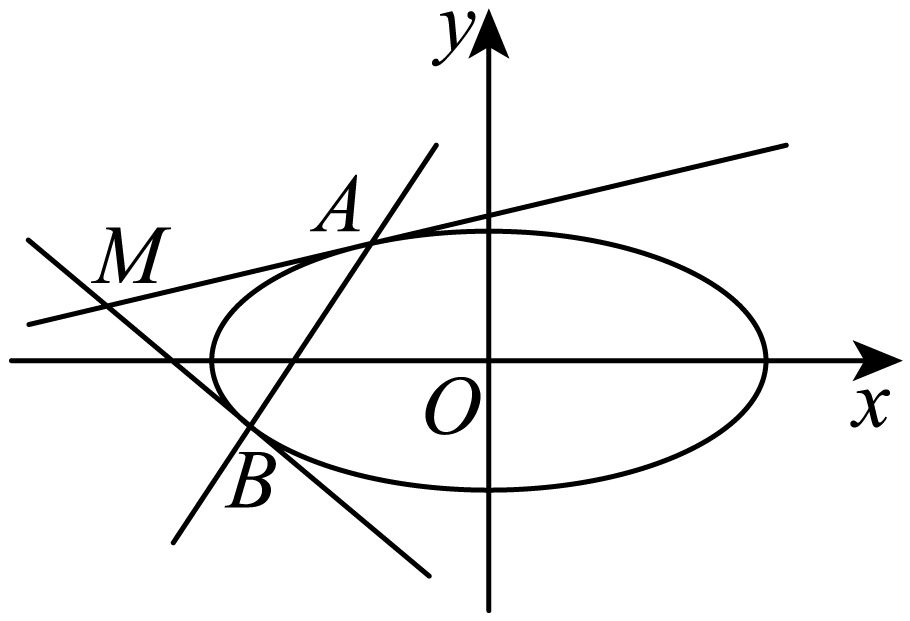
(2)我国南北朝时期的伟大科学家祖暅于5世纪末提出了祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”．祖暅原理用现代语言可描述为：夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等．当时，椭球面围成的椭球是一个旋转体，类比计算球的体积的方法，运用祖暅原理求该椭球的体积．

【答案】(1)(2)

【详解】（1）椭圆的标准方程为，则．

当直线的倾斜角为时，分别为椭圆的左、右顶点，此时两切线平行无交点，不符合题意，

所以直线的倾斜角不为,



设直线,

由,得，

则，

所以

,

又椭圆在点处的切线方程为，在点处的切线方程为，

由，得，

代入，得，所以，

则点到直线的距离，

所以，

设，则，

令，则，所以在上单调递增，

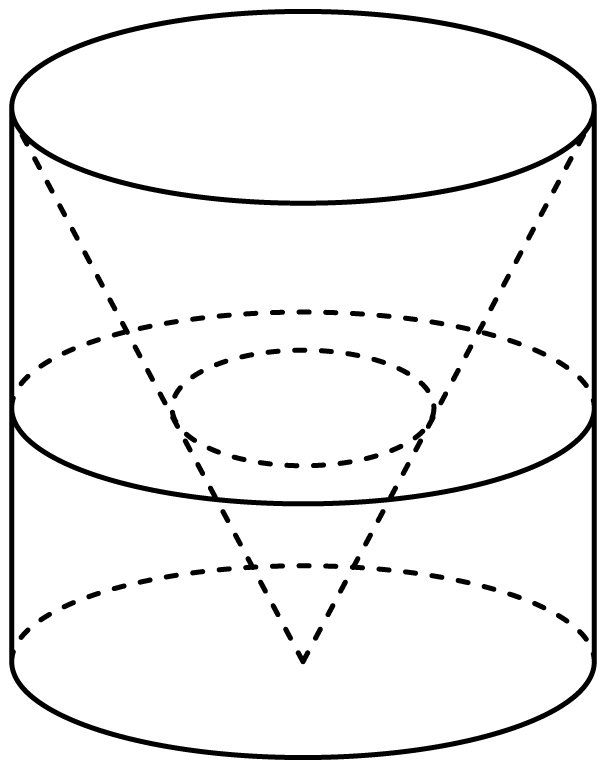
所以当，即时，的面积最小，最小值是；

（2）椭圆的焦点在轴上，长半轴长为，短半轴长为1，

椭球由椭圆及其内部绕轴旋转而成旋转体，

构造一个底面半径为1，高为的圆柱，在圆柱中挖去一个以圆柱下底面圆心为顶点，

圆柱上底面为底面的圆锥后得到一新几何体，



当平行于底面的截面与圆锥顶点距离为时，设小圆锥底面半径为，

则，即，所以新几何体的截面面积为，

把代入，得，解得，

所以半椭球的截面面积为，

由祖暅原理，得椭球的体积.