2024年高考押题预测卷01【天津卷】

数学·全解全析

一、单项选择题（本题共9小题，每小题5分，共45分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．设全集，集合，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】因为全集，集合，所以，

又，所以，故选A.

2．已知，则（    ）

A．*p*是*q*的充分不必要条件 B．*p*是*q*的充要条件

C．*q*是*p*的必要不充分条件 D．*q*是*p*的充分不必要条件

【答案】D

【解析】由题得.

当命题成立时，命题不一定成立，所以*p*是*q*的非充分条件，*q*是*p*的非必要条件；

当命题成立时，命题一定成立，所以*p*是*q*的必要条件，*q*是*p*的充分条件.

所以*p*是*q*的必要非充分条件，*q*是*p*的充分非必要条件，故选D

3．已知，，，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【解析】函数为上的减函数，又，

所以，故；

函数为上的减函数，又，

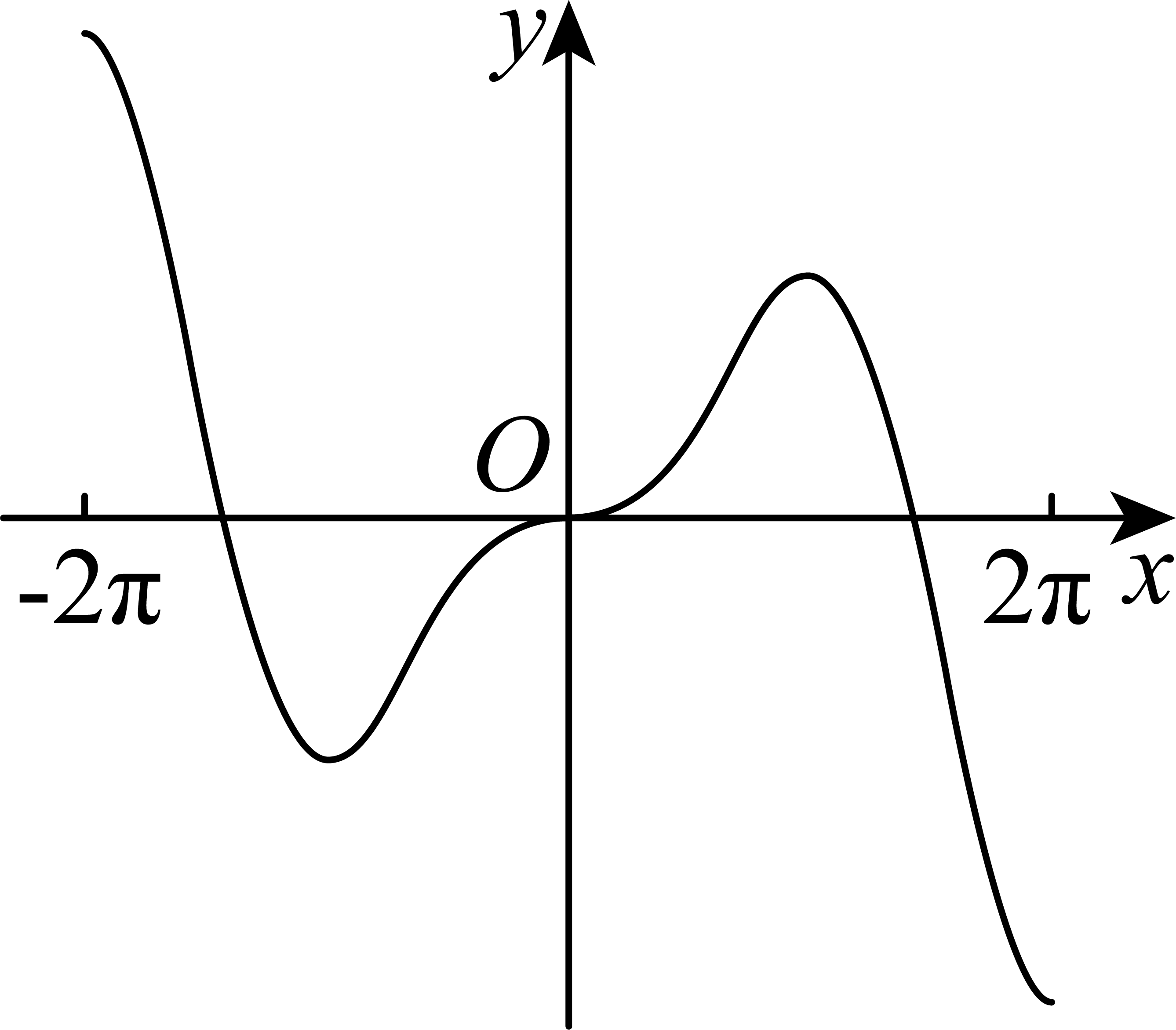
所以，故；

函数为上的增函数，又，

所以，故；

所以，故选B.

4．已知函数的部分图象如图所示，则此函数的解析式可能是（    ）



A． B．

C． D．

【答案】C

【解析】对于A，，

又的定义域为，

为上的奇函数，图象关于原点对称，与已知图象相符；

当时，为增函数，为增函数，又在上单调递增，

由复合函数单调性可知：在上单调递增，

又，

在上单调递减，与已知图象不符，A错误；

对于B，由得：，的定义域为，与已知图象不符，B错误；

对于D，，

不是奇函数，图象不关于原点对称，与已知图象不符，D错误.

故选：C.

5．已知等比数列的前项和，满足，则（    ）

A．16 B．32 C．81 D．243

【答案】A

【解析】等比数列的前项和为，且，

∴，

∴，∴，故等比数列的公比为．

在中，

令，可得，∴，则，故选A．

6．已知函数的最大值为4，最小值为0，最小正周期为，直线是其图象的一条对称轴，则符合条件的函数解析式可以是 （ ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【解析】∵函数y=Asin（ωx+φ）+m的最大值是4，最小值是0，

∴A==2，*m*==2，∵

∵直线*x*=是其图象的一条对称轴， 所以

φ=-+kπ，k∈Z∴函数的解析式为y=2sin（4x-+kπ）+2，k∈Z，

可以为，故选B

7．下列说法正确的是（    ）

A．一组数据的第80百分位数为17；

B．根据分类变量与的成对样本数据，计算得到，根据小概率值的独立性检验，可判断与有关联，此推断犯错误的概率不大于0.05；

C．两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近于0；

D．若随机变量满足，则．

【答案】B

【解析】A选项，，故从小到大排列，第8个数和第9个数的平均数作为第80百分位数，

即，A错误；

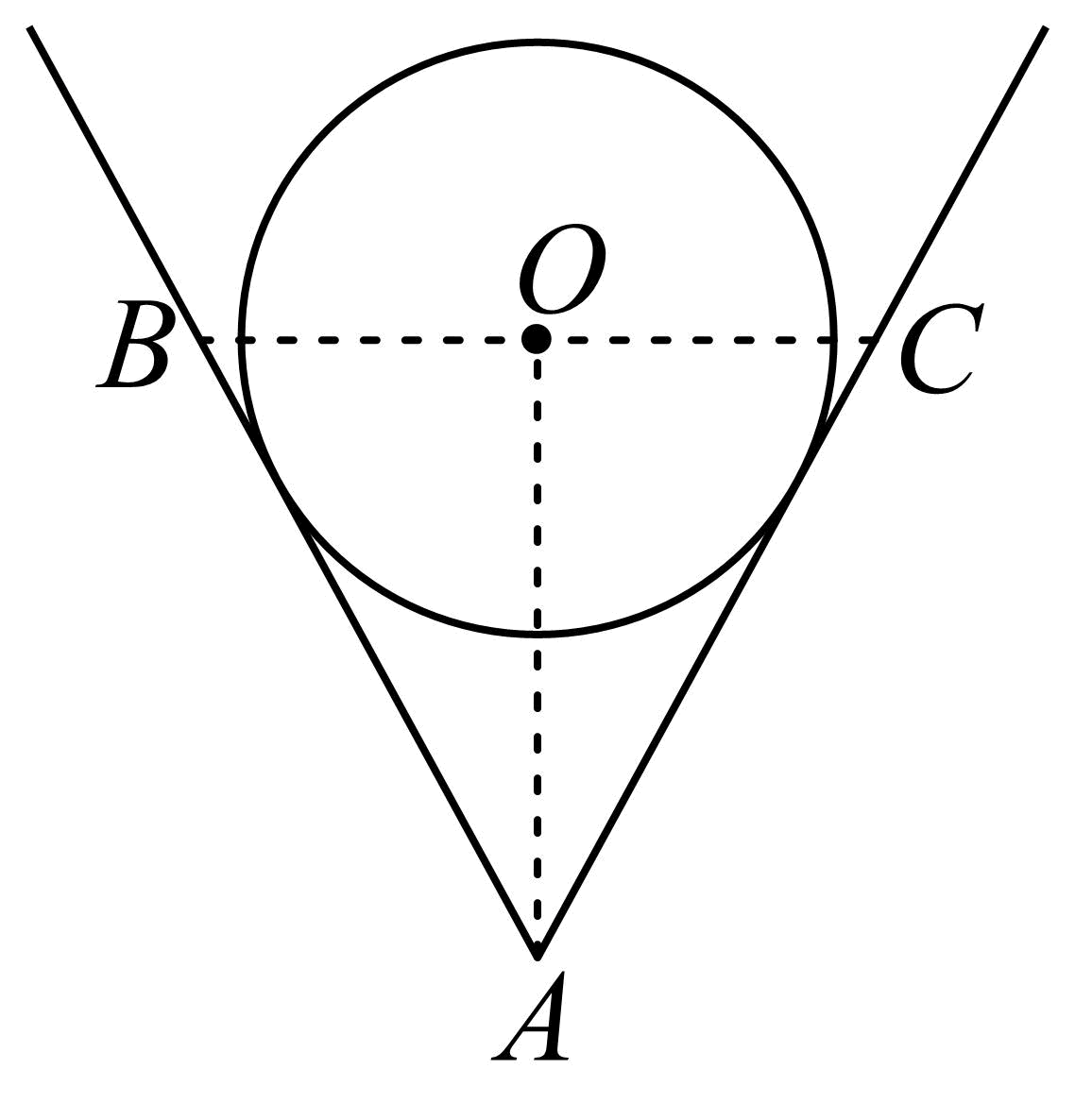
B选项，由于，得到与有关联，此推断犯错误的概率不大于0.05，B正确；

C选项，两个随机变量的线性相关性越强，相关系数的绝对值越接近于1，C错误；

D选项，若随机变量满足，则，D错误.

故选：B

8．在炎热的夏天里，人们都喜欢在饮品里放冰块.如图是一个高脚杯，它的轴截面是正三角形，容器内有一定量的水.若在高脚杯内放入一个球形冰块后，冰块没有开始融化前水面所在的平面恰好经过冰块的球心（水没有溢出），则原来高脚杯内水的体积与球的体积之比是（    ）



A．1 B． C． D．

【答案】D

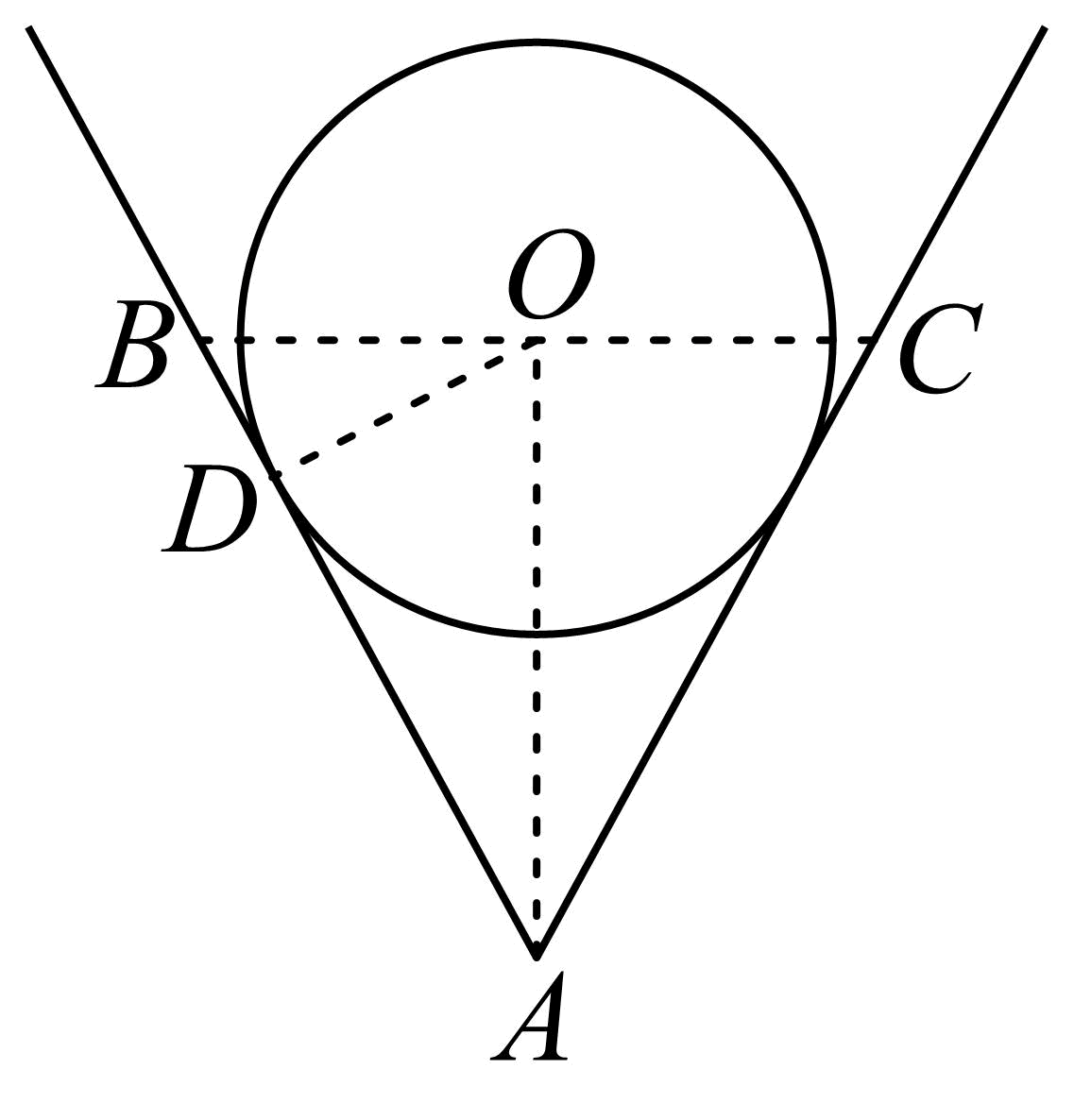
【解析】如图，圆与*AB*切于点*D*，设球的半径为，

则，且，

有，即，得，

所以水的体积，

所以水的体积与球的体积之比是，故选D.



9．已知双曲线的左、右焦点分别为，，点*M*在双曲线*C*的右支上，，若与*C*的一条渐近线*l*垂直，垂足为*N*，且，其中*O*为坐标原点，则双曲线*C*的标准方程为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【解析】因为，，且为中点，所以，且，

因为，所以，解得，

直线*l*的方程为，所以，则，在直角三角形中利用勾股定理得，解得，所以双曲线的标准方程为，故选C.

二、填空题：本题共6小题，每小题5分，共30分．

10．i是虚数单位，复数 .

【答案】

【解析】，

11．的展开式中的系数为 .

【答案】

【解析】的展开式的通项，

令，得，所以的展开式中的系数为.

12．已知过原点*O*的一条直线*l*与圆*C*：相切，且*l*与抛物线交于*O*，*P*两点，若，则 ．

【答案】3

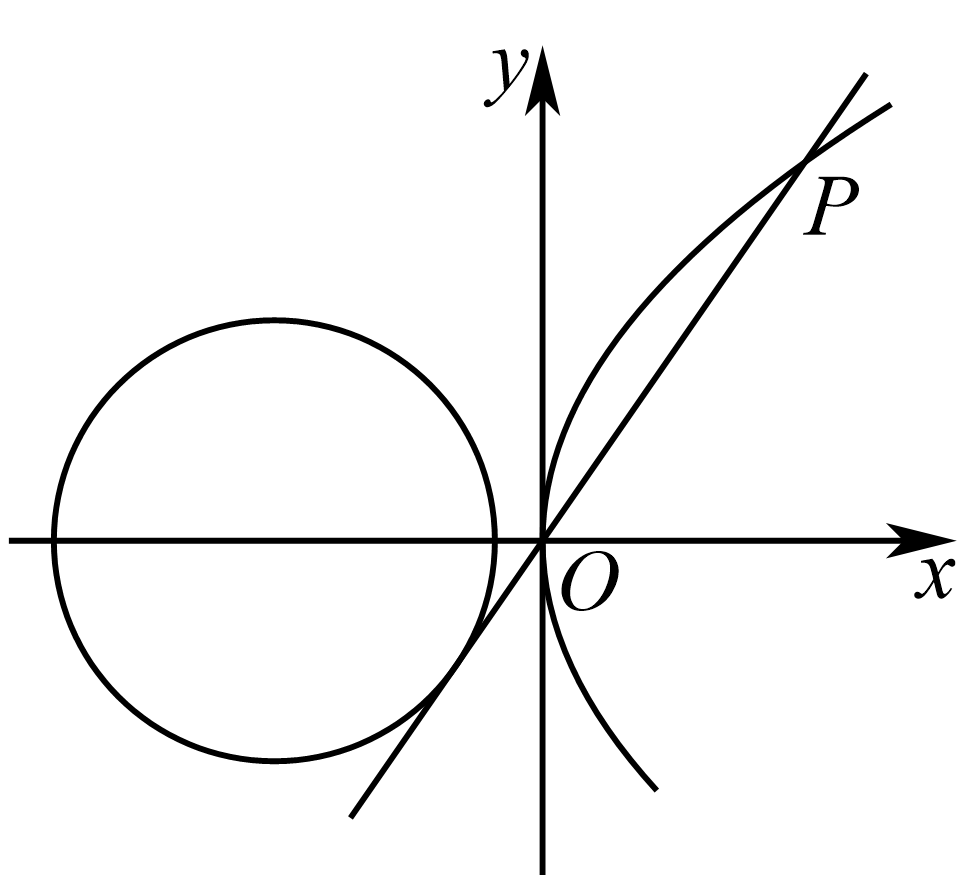
【解析】由于圆心为，半径为，故直线一定有斜率，

设方程为，则，解得，

故直线方程为，

联立与可得或，

故，故，



13．有两台车床加工同一型号的零件，第一台车床加工的优秀率为15%，第二台车床加工的优秀率为10%．假定两台车床加工的优秀率互不影响，则两台车床加工零件，同时出现优秀品的概率为 ；若把加工出来的零件混放在一起，已知第一台车床加工的零件数占总数的60%，第二台车床加工的零件数占总数的40%，现任取一个零件，则它是优秀品的概率为 ．

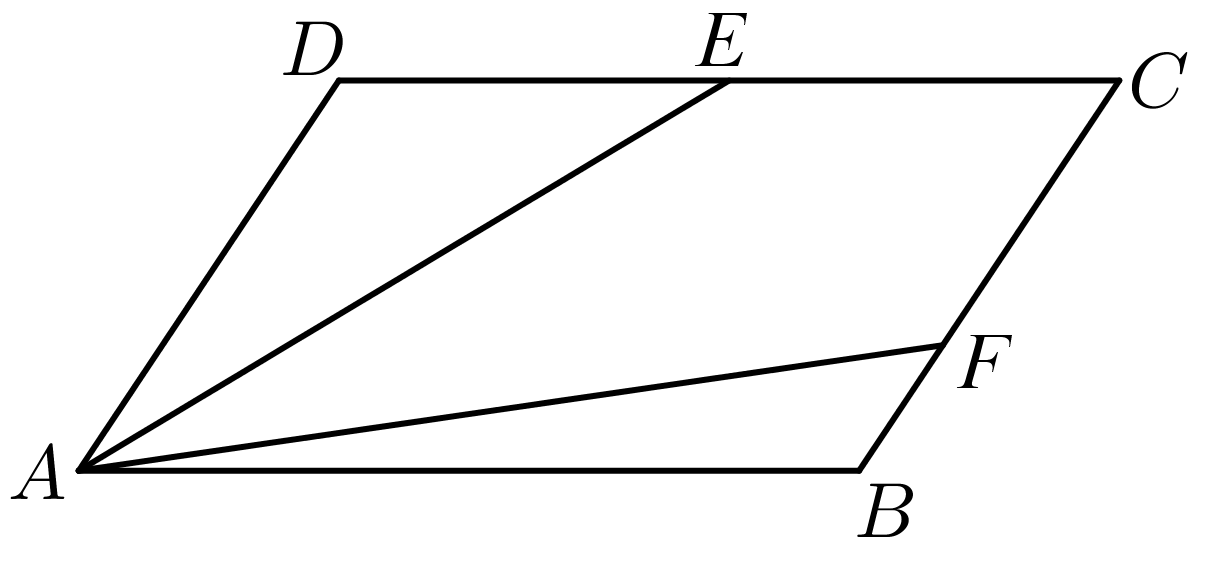
【答案】  

【解析】由于第一台车床加工的优秀率为15%，第二台车床加工的优秀率为10%，所以两台车床加工零件，同时出现优秀品的概率为

记 “加工的零件为优秀品”，  “零件为第1台车床加工“， “零件为第2台车床加工“，，，，，

由全概率公式可得，

14．如图，平行四边形中，，，，，设，，用，表示 ， ．



【答案】 ； 

【解析】空一：因为，

所以；

空二：因为，

所以，

因此，

因为，，，所以，

所以，

15．已知函数有且仅有2个零点，则实数的取值范围为 .

【答案】

【解析】（1）当，即时，

恒成立，

所以，

因为有两个零点，

所以且，解得或（舍），

所以或；

（2）当，即或，

设的两个根为，且，

当时，恒成立，不满足题意，

当，有有两个解，

因为，，所以与在必有一个交点，

当时，与没有交点，

当时，，所以与在必有一个交点

所以要使方程有且只有两个零点，

则无解，

即没有实数根，

即，解得，

因为，所以，

综上实数的取值范围为：.

**三、解答题：本题共5小题，共75分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

16．（本小题满分14分）在非等腰中，，，分别是三个内角，，的对边，且，，.

(1)求的值；

(2)求的周长；

(3)求的值.

【解】（1）在中，由正弦定理，，，

可得，

因为，所以，即，

显然，解得．

（2）在中，由余弦定理，

得，解得或．

由已知，，互不相等，所以，

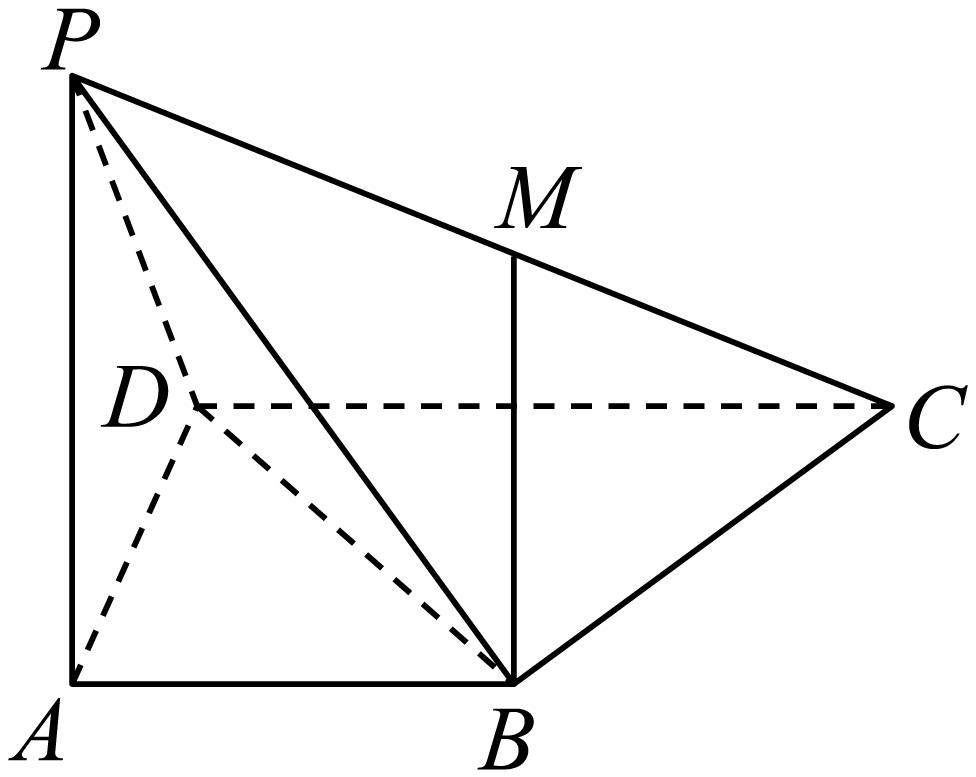
所以．

（3）因为，所以，

所以，，

所以.

17．（本小题满分15分）如图，四棱锥中，，平面平面，，为的中点.

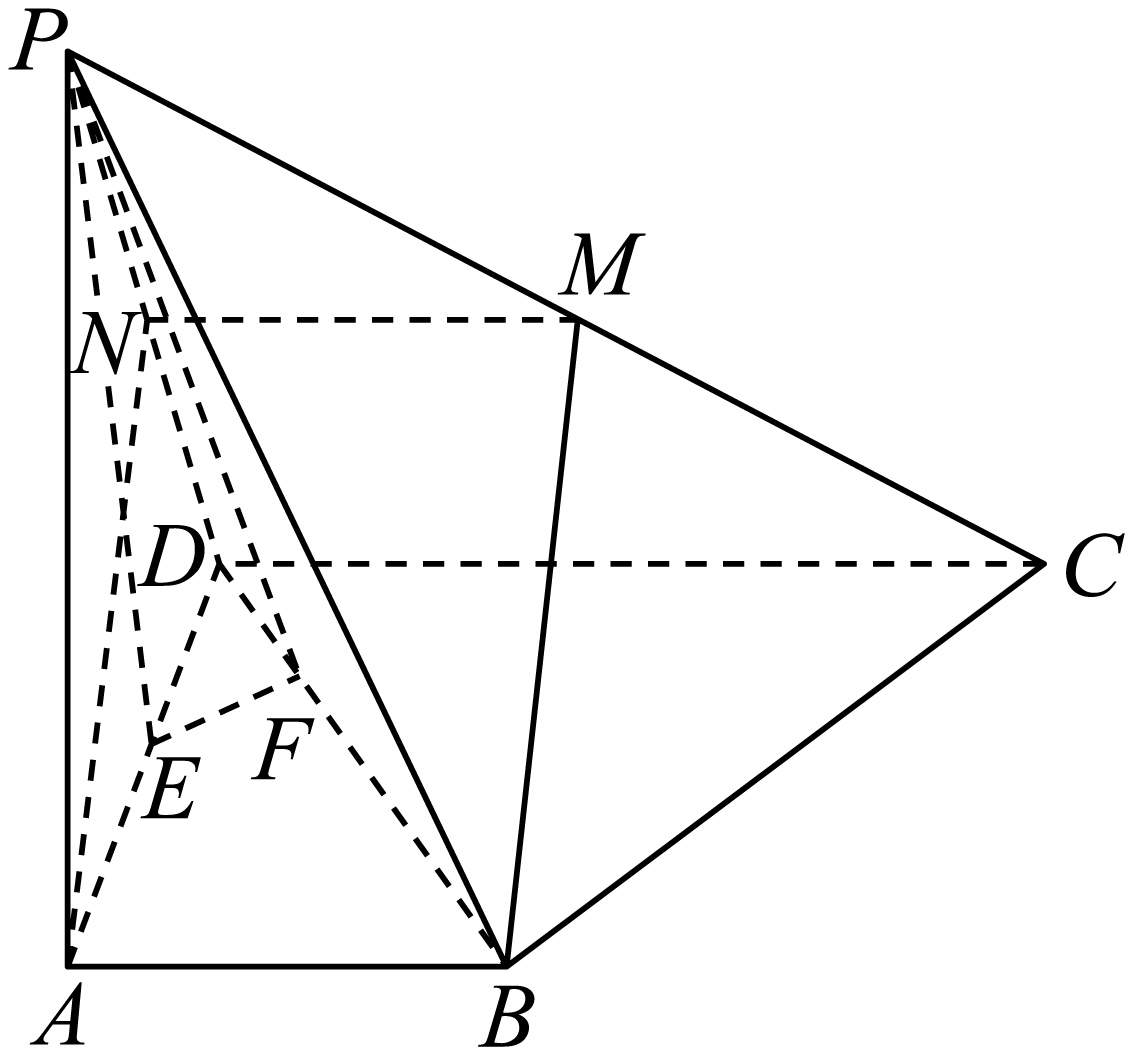


（1）求证://平面；

（2）求点到面的距离

（3）求二面角平面角的正弦值

【解】（1）取中点，连接，如图



由为的中点，所以//且

又，且，

所以//且，

故//且，

所以四变形为平行四边形，故//

又平面，平面

所以//平面

（2）由，平面

平面平面，

平面平面

所以平面，又平面

所以，由，

所以为正三角形，所以

则平面

所以平面，且

所以点到面的距离即

（3）作交于点，

作交于点，连接

由平面平面，平面平面

平面平面，

所以平面，平面，

所以，又

平面，所以平面

又平面，所以

所以二面角平面角为

，又为等腰直角三角形

所以，所以

所以

又二面角平面角为

故

所以二面角平面角的正弦值为

18．（本小题满分15分）已知椭圆*C*：的焦距是短轴长的倍，以椭圆的四个顶点为顶点的四边形周长为.

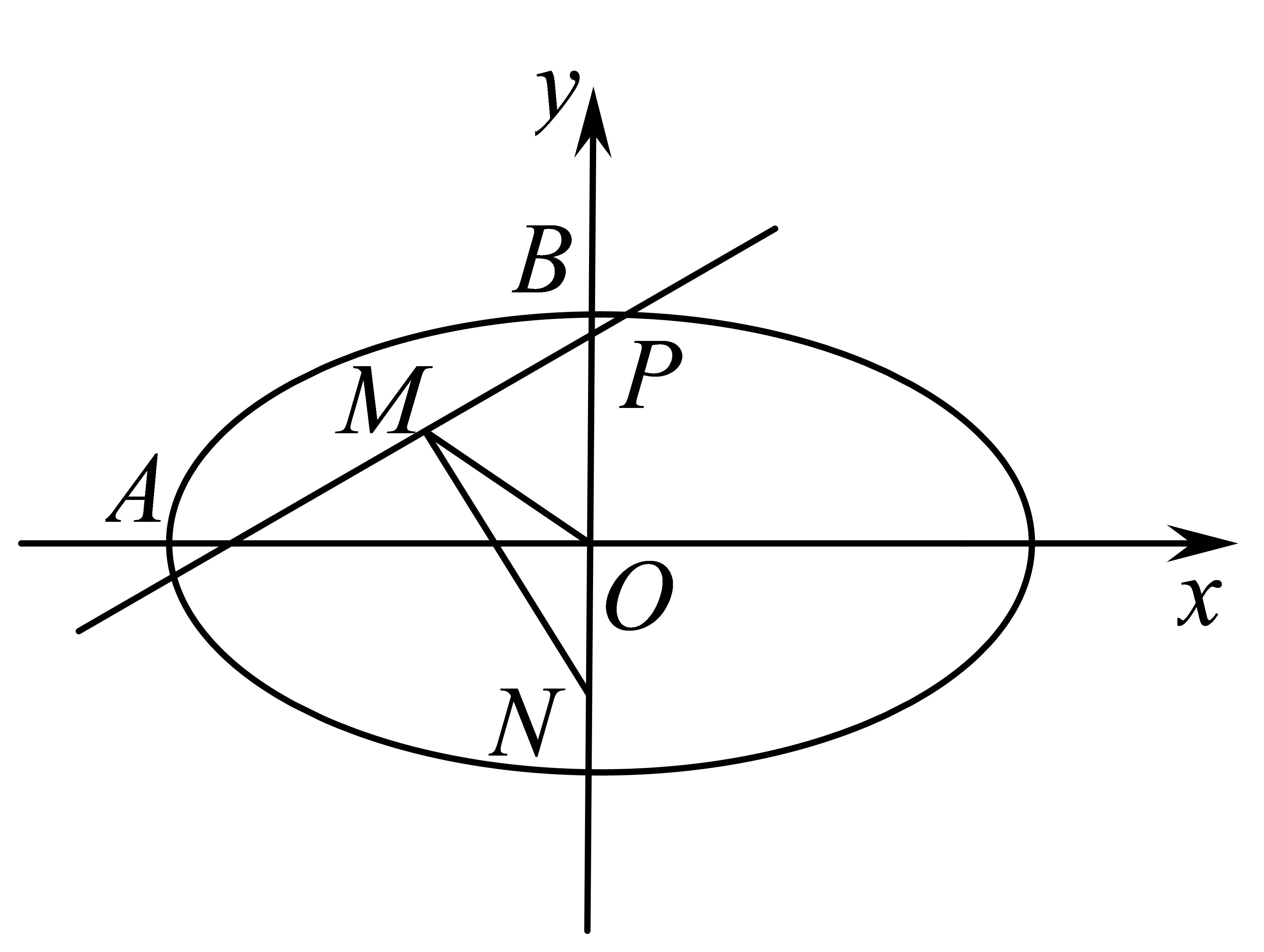
(1)求椭圆的方程；

(2)直线与椭圆*C*交于*A*、*B*两点，与*y*轴交于点*P*，线段*AB*的垂直平分线与*AB*交于点*M*，与*y*轴交于点*N*，*O*为坐标原点，如果，求*k*的值.

【解】（1）由题设得，解得，，，

所以椭圆的方程为.

（2）由，得，



由，得，

设、，则，，

所以点的横坐标，纵坐标，

所以直线的方程为，

令，则点的纵坐标，则，

因为，所以点、点在原点两侧，

因为，所以，所以，

又因为

，

所以，

解得，所以.

19．（本小题满分15分）若某类数列满足“，且”，则称这个数列为“型数列”.

(1)若数列满足，求的值并证明：数列是“型数列”；

(2)若数列的各项均为正整数，且为“型数列”，记，数列为等比数列，公比为正整数，当不是“型数列”时，

（i）求数列的通项公式；

（ii）求证：.

【解】（1），令，则，

令，则；由①，

当时，②，

由①②得，当时，，

所以数列和数列是等比数列.

因为，所以，

所以，因此，

从而，所以数列是“型数列”.

（2）（*i*）因为数列的各项均为正整数，且为“*G*型数列”，

所以，所以，因此数列递增.又，

所以，因此递增，

所以公比.又不是“型数列”，所以存在，

使得，所以，又公比为正整数，

所以，又，所以，则.

（*ii*），

因为，所以，

所以，令，当时，，

当时，



20．（本小题满分16分）设函数.

(1)求曲线在点处的切线方程；

(2)设函数

（i）当时，取得极值，求的单调区间；

（ii）若存在两个极值点，证明：.

【解】（1），

则，

所以曲线在点处的切线方程为，即；

（2）（i），

，

∵时，取得极值，∴，解得，

∴，

令，得或；令，得，

∴的单调增区间为，，单调减区间为；

（ii），

∵存在两个极值点，

∴方程，即在上有两个不等实根.

∵，解得，

则



∴所证不等式等价于，

即，

不妨设，即证，

令，，

则，

∴在上递增，∴，

∴成立，

∴.